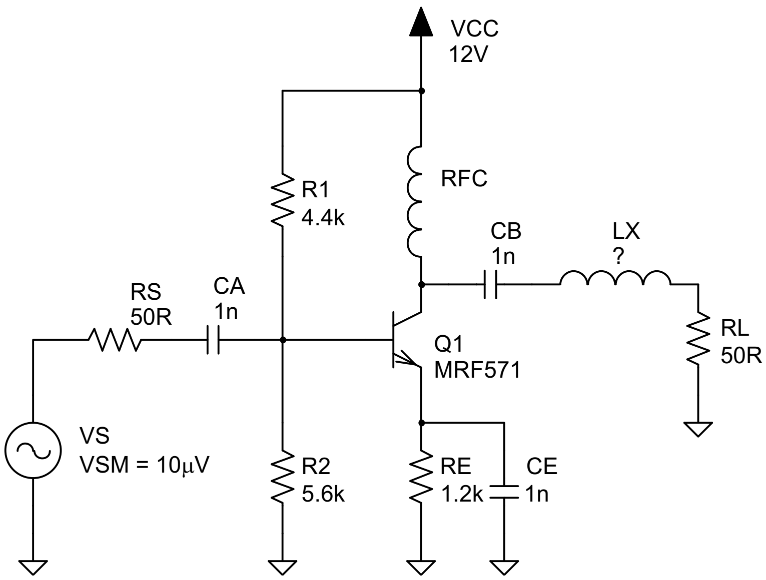
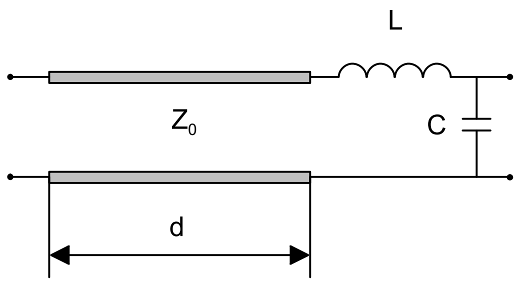
PROVA SCRITTA DI ELETTRONICA DELLE TELECOMUNICAZIONI I
17 Luglio 2003

Esercizio A:



1. Dato l'amplificatore in figura, con frequenza di lavoro $f = 1\text{GHz}$, calcolare il valore dell'induttanza L_x che massimizza il guadagno di trasduttore, ed il valore del guadagno stesso.
2. Supponendo poi che il segnale utile abbia una banda di 10 MHz, si calcolino i rapporti segnale/rumore (sulla banda utile) all'ingresso ed all'uscita dell'amplificatore.

Esercizio B:



Calcolare i parametri y_i ed y_f del doppio bipolo dato in figura, sapendo che la linea di trasmissione è in aria, e che $Z_0 = 100\,\Omega$, $L = 10\,\text{nH}$, $C = 100\,\text{pF}$, $d = 10\,\text{cm}$, $f = 750\,\text{MHz}$.

Soluzione dell'esercizio A:
1. Sfruttando l'ipotesi di partitore pesante calcoliamo V_B:

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_C C \approx 6.7\,\mathrm{V}$$

da cui

$$V_E = V_B - V_\gamma = 6\,\mathrm{V} \Rightarrow I_E \approx I_C = \frac{V_E}{R_E} = 5\,\mathrm{mA}$$

L'ipotesi fatta è verificata, in quanto

$$I_{R_1} = \frac{V_C C}{R_1 + R_2} = 1.2\,\mathrm{mA} \gg I_B = \frac{I_C}{h_{FE}} = 100\,\mu\mathrm{A}$$

Per il punto di riposo calcolato ($V_{CE} = 6\,\mathrm{V}$, $I_C = 5\,\mathrm{mA}$) sono disponibili i parametri S e le caratteristiche di rumore (pagg. 2-757, 2-759). In particolare:

$$S_{11} = 0.61\angle 178°, \quad S_{21} = 3.00\angle 78°, \quad S_{12} = 0.09\angle 47°, \quad S_{22} = 0.28\angle -69°.$$

Inoltre, il transistore è incodizionatamente stabile, e quindi non abbiamo alcun vincolo nella scelta del valore di L_x. Si osserva subito che $\Gamma_S = 0$, e che quindi vale $NF = 2.2\,\mathrm{dB} = 1.66$ (pag. 2-759, parte inferiore).
Per massimizzare G_T si può agire solo sulla terminazione di uscita. Il massimo G_T possibile si avrebbe in coincidenza di $\Gamma_L = \Gamma_{out}^* = S_{22}^\star = 028\angle 69°$, corrispondente ad una impedenza $Z_{L,opt} = 52.5 + 29.78j\,\Omega$. D'altra parte, le impedenze ottenibili modificando L_x sono del tipo $Z'_L = R_L + j\omega L_x = 50 + jX_L\,\Omega$. Si commette dunque solo una piccola approssimazione scegliendo $X_L = 29.8\,\Omega$, e cioè

$$L_X \approx 4.7\,\mathrm{nH}^1 \quad \blacksquare$$

cui corrisponde

$$G_T = 9.76 \quad (9.9\,\mathrm{dB}) \quad \blacksquare$$

2. Il rapporto segnale rumore in ingresso si può calcolare semplicemente come

$$SNR_i = \frac{P_{A,S}}{N_{A,S}} = \frac{\frac{|V_{SM}|^2}{8R_S}}{kTB} = 6 \quad (7.8\,\mathrm{dB}) \quad \blacksquare$$

Il rapporto segnale rumore in uscita sarà pari a

$$SNR_u = \frac{S_u}{N_u} = \frac{G_T S_i}{G_T NF N_i} = \frac{SNR_i}{NF} = 3.6 \quad (5.6\,\mathrm{dB}) \quad \blacksquare$$

[1] In realtà, il massimo trasferimento di potenza, nel caso in cui non si possa adattare la parte reale di Z_L, si ottiene proprio per $X_L = -X_{out}$, e quindi non è necessaria alcuna approssimazione. Dato però che la differenza tra tra $G_T(Z_{L,opt})$ e $G_T(Z'_L)$ è inferiore a 0.03 dB, dal punto di vista pratico non cè differenza tra i due ragionamenti.

Soluzione dell'esercizio B:
Alla frequenza data $\lambda = c/f = 40\,\mathrm{cm}$, e quindi il tratto di linea è un trasformatore a $\lambda/4$. Il calcolo di y_i è immediato:

$$y_i = \left.\frac{i_1}{v_1}\right|_{v_2=0} = \left.\frac{1}{Z_{in}}\right|_{v_2=0} = \frac{j\omega L}{Z_O^2} = j4.7\,\mathrm{mS} \quad \blacksquare$$

Dato che il quadripolo è reciproco (essendo passivo), $y_r = y_f$. Si può quindi calcolare indifferentemente uno dei due. Calcoliamo y_r:

$$y_f = y_r = \left.\frac{i_1}{v_2}\right|_{v_1=0}$$

Notiamo subito che, con l'ingresso in cortocircuito, l'impedenza vista all'estremo destro della linea verso sinistra è infinita, dato che si tratta di un trasformatore a $\lambda/4$. Questo implica che nell'induttanza non scorre corrente e quindi la tensione all'estremità destra della linea è uguale a v_2. Sia v' questa tensione, e chiamiamo i' la corrente *uscente* dalla linea alla sua terminazione sinistra. Posso allora scrivere:

$$y_f = \frac{i_1}{v'} = \frac{-i'}{v'} = \frac{1}{Z_0}\frac{-(V^+ - V^-)}{V^+e^{j\pi/2} + V^-e^{-j\pi/2}} = \frac{1}{Z_0}\frac{-(V^+ - V^-)}{jV^+ + jV^-} = -\frac{1}{jZ_0} = j10\,\mathrm{mS} \quad \blacksquare$$