# Elettronica delle Telecomunicazioni

## Compitino del 02/12/00

Versione A

1] Immaginando di sostituire Q con un transistore bipolare in configurazione CB si individua la tipica topologia di un oscillatore di Colpitts a base comune.

Sotto le ipotesi semplificative di seguito elencate

i) $R_E >> |Z_{IN}|$ (ad anello aperto)

ii) $R_E << \frac{1}{\omega_0 C_2}$

iii) $\frac{I_2}{I_1} \simeq -1$ (ad anello aperto)

risulta $\beta A = \frac{R_L // Z_P}{R_E} \frac{C_1}{C_1+C_2}$  $Z_P = j\omega L // \frac{1}{j\omega C_S}$

$C_S = \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} = 63 pF$

In tal caso la frequenza di oscillazione è : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C_S}} = 1.259 \text{ Grad/s} \Rightarrow f_0 = 200.5 \text{ MHz}$

ammesso che risulti $|\beta A| \geq 1$

Poiché $\beta A|_{f_0} = 5$ basta verificare la validità delle tre ipotesi.

i): $R_E = 200\Omega >> |Z_{IN}| = \frac{1}{|Y_{IN}|}$  $Y_{IN} = Y_I - \frac{Y_R Y_F}{Y_O + Y_L} = 0.1S$

$Z_{IN} = 10\Omega \Rightarrow$ l'ipotesi è verificata

ii) $\frac{1}{\omega_0 C_2} = 6.3\Omega << R_E = 200\ \Omega \Rightarrow$ l'ipotesi è verificata

iii) $\frac{I_2}{I_1} = A_I = \frac{Y_F Y_L}{Y_I Y_O + Y_I Y_L - Y_R Y_F} = \frac{Y_F}{Y_I} = -1$

l'ipotesi è verificata.

Conclusione:

Il circuito in figura è un oscillatore con frequenza di innesco pari a 200.5 MHz.

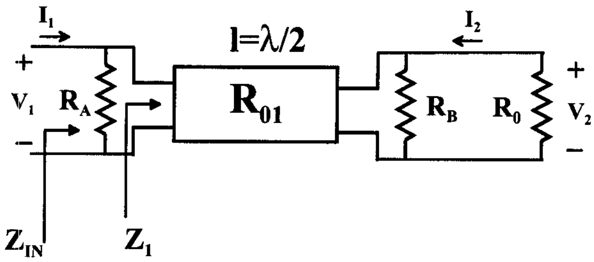
Versione A

2) Dalla fig. 8 delle caratteristiche del 2N4957 risulta che quest'ultimo a 200 MHz, in configurazione CE è potenzialmente instabile, pertanto esiste almeno una coppia $\overline{Y}_{SV}$ e $\overline{Y}_{LV}$ in corrispondenza delle quali si ottiene un quadripolo instabile. Se si aggiungono in parallelo due induttanze $L_S$ e $L_L$ cui corrispondono due suscettanze $B_S$ e $B_L$, allora basta aggiungere in ingresso e in uscita al quadripolo così ottenuto due ammettenze $\overline{Y}_{SV}'$ e $\overline{Y}_{LV}'$ : $\overline{Y}_{SV}' + B_S j = \overline{Y}_{SV}$ e $\overline{Y}_{LV}' + B_L j = \overline{Y}_{LV}$ perché il 2N4957 vede in ingresso e in uscita le ammettenze $\overline{Y}_{SV}$ e $\overline{Y}_{LV}$ e, pertanto, dà origine ad una configurazione instabile.

Questo è vero non solo per una particolare coppia $L_S/L_L$, ma per qualunque coppia.

A

Es.3)
Osserviamo subito che la simmetria del quadripolo ci connsente da sola di affermare che:
$S_{11} = S_{22}$ e che $S_{12} = S_{21}$. Quindi calcoliamo solo $S_{11}$ e $S_{21}$. Per fare ciò occorre porre sulla porta 2 un'impedenza pari all'impedenza di normalizzazione. Si ottiene la configurazione mostrata in figura:




Il parametro $S_{11}$ risulta dato da: $S_{11} = \Gamma_{IN} = \dfrac{Z_{IN} - R_0}{Z_{IN} + R_0}$. L'impedenza $Z_{IN}$ è data dal parallelo di $R_A$ e di $Z_1$ (vedi figura). Siccome la linea ha lunghezza λ/2, l'impedenza che si vede in ingresso ad una terminazione è pari a quella posta sull'altra terminazione (in altri termini, un tratto di lina a λ/2 non modifica l'impedenza.) Pertanto $Z_1$ è pari al parallelo di $R_B$ e di $R_0$. Quindi: $Z_{IN} = R_A \| R_B \| R_0 = 25\,\Omega$. Quindi $S_{11} = S_{22} = -\dfrac{1}{3}$.

Il parametro $S_{21}$ risulta, per definizione: $S_{21} = \left.\dfrac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$ Pertanto, visto che terminando il quadripolo su $R_0$ si annulla automaticamente $a_2$, basterà calcolare il rapporto $b_2/a_1$ nelle condizioni della figura precedente. Si ottiene:

$$b_2 = \frac{V_2 - I_2 R_0}{2\sqrt{R_0}} = \frac{2V_2}{2\sqrt{R_0}} = \frac{V_2}{\sqrt{R_0}}$$

Inoltre:

$$a_1 + b_1 = \frac{V_1 + I_1 R_0}{2\sqrt{R_0}} + \frac{V_1 - I_1 R_0}{2\sqrt{R_0}} = \frac{V_1}{\sqrt{R_0}}$$
$$b_1 = S_{11} a_1 \text{ dato che} : a_2 = 0$$
$$\text{e pertanto} : a_1 = \frac{V_1}{\sqrt{R_0}} \frac{1}{(1 + S_{11})}$$

Quindi: $S_{21} = \dfrac{V_2}{V_1}(1 + S_{11})$. Il rapporto V2/V1 è pari a -1, per la proprietà delle linee a λ/2.

Quindi: $S_{21} = S_{12} = -\dfrac{2}{3}$

Versione A

1] La Fig. 7 delle caratteristiche rappresenta, fissato K, il massimo valore ottenibile per $G_T$, scegliendo opportunamente $Y_{SV}$ e $Y_{LV}$, al variare della frequenza.

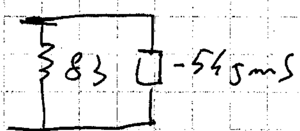
Come si vede dalla figura al crescere di K diminuisce il massimo $G_T$ ottenibile. Pertanto il massimo valore di K per $G_T = 35$ dB a 400 MHz risulta essere pari a 1.2

In corrispondenza si ottengono i seguenti valori per le ammettenze di carico e di sorgente che consentono di ottenere tale $G_T$:

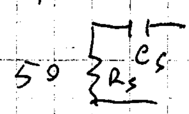
$Y_{SV} = 12 - 54j$ mS $\qquad Y_{LV} = 0.27 - 4j$ mS

La rete di adattamento M1 deve trasformare 50 Ω in

$Y_{SV} = 12 - 54j$ mS $\Rightarrow$



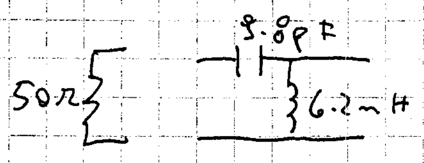

E' una trasformazione in salita, pertanto si adotta una trasformazione serie → parallelo




$Q_S = \sqrt{\frac{83-50}{50}} = 0.81 = \frac{1}{\omega_0 R_S C_S} \Rightarrow C_S = 9.8$ pF

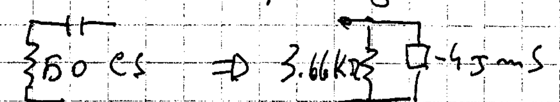
$C_p = C_S \frac{Q_S^2}{1+Q_S^2} = 3.88$ pF $\Rightarrow B_p = \omega_0 C_p = 9.8$ mS

$B_x + B_p = -54$ mS $\Rightarrow B_x = -63.8$ mS $\Rightarrow L_x = 6.2$ nH




M2 deve trasformare 50 Ω in $Y_{LV} = 0.27 - 4j$ mS

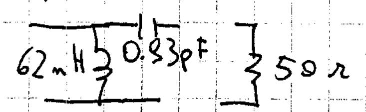
Ancora trasformazione serie parallelo




$Q_S = 8.5 \qquad C_S = 0.83$ pF

$C_p = C_S \frac{Q_S^2}{1+Q_S^2} \simeq C_S \Rightarrow B_p = \omega_0 C_p = 2.4$ mS

$B_x + B_p = -4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow B_x = 6.4$ mS $\qquad L_x = 62$ nH



A

**Es. 5) Punto a).** Siccome il carico è puramente resistivo ($R_L$) la massima corrente nel carico corrisponde alla massima potenza di uscita. Poichè la $P_{AIN}$ è fissata dalla sorgente, ciò corrisponde a ricercare il massimo $G_T$. Tale problema ha soluzione solo se il quadripolo è incondizionatamente stabile. Dalle caratteristiche del transistore MRF959T1 (figura 22) si osserva che i cerchi di stabilità non intersecano il CDS (cerchio di smith) e inoltre S11 e S22 hanno modulo inferiore all'unità (pag. 7 delle caratteristiche) e pertanto il quadripolo è incondizionatamente stabile (con il dato punto di riposo e a 2 GHz).
Pertanto si può ottenere il massimo del $G_T$ e la terminazione ottima $\Gamma_{SOPT}$ è data da:

$$\left|\Gamma_{Sopt}\right| = \frac{B_1 - \sqrt{B_1^2 - 4\left|C_1\right|^2}}{2\left|C_1\right|} \qquad \angle\Gamma_{Sopt} = \angle C_1^*$$

$$C_1 = S_{11} - S_{22}^*\Delta \qquad B_1 = 1 + \left|S_{11}\right|^2 - \left|S_{22}\right|^2 - \left|\Delta\right|^2$$

I parametri S del quadripolo (pagina 7 delle caratteristiche) risultano:

$$S_{11} = 0.68\ \angle 179^\circ \qquad S_{21} = 0.94\ \angle 49^\circ \qquad S_{12} = 0.141\ \angle 21^\circ \qquad S_{22} = 0.571\ \angle -73^\circ$$

Si ottiene: $\Gamma_{Sopt} = 0.88\angle -174^\circ$.
Per quanto riguarda $\Gamma_{LOPT}$ si può semplicemente calcolare come il complesso coniugato di $\Gamma_{OUT}$ quando in ingresso è applicato proprio $\Gamma_{SOPT}$ calcolato con le formula precedenti. Si ottiene:

$$\Gamma_{LOPT} = \Gamma_{OUT}^*(\Gamma_{SOPT}) = \left(S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_{SOPT}}{1 - S_{11}\Gamma_{SOPT}}\right)^*$$

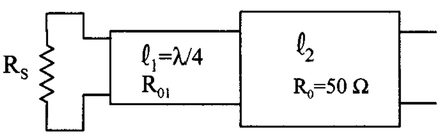
Alternativamente si può usare le formule che forniscono direttamente il $\Gamma_{LOPT}$:

$$\left|\Gamma_{Lopt}\right| = \frac{B_2 - \sqrt{B_2^2 - 4\left|C_2\right|^2}}{2\left|C_2\right|} \qquad \angle\Gamma_{Lopt} = \angle C_2^*$$

$$C_2 = S_{22} - S_{11}^*\Delta \qquad B_1 = 1 + \left|S_{22}\right|^2 - \left|S_{11}\right|^2 - \left|\Delta\right|^2$$

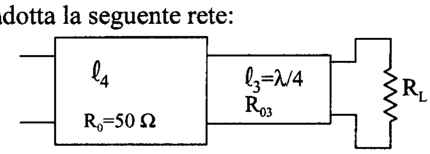
In ogni caso si ottiene: $\Gamma_{Lopt} = 0.84\angle -81^\circ$

Effettuiamo l'adattamento in Ingresso (rete M1). Poichè si parte da una resistenza ($R_S$=200 Ω), si può adottare la seguente rete di adattamento:




Con riferimento alla carta di Smith N. 1, si osserva che il trasformatore a λ/4 consente il passaggio dal punto 1, caratterizzato da una resistenza $R_S$ al punto A, caratterizzato dalla resistenza $R_A$ pari a circa $0.06R_0$=3 Ω. Il trasformatore a λ/4 avrà quindi resistenza caratteristica: $R_{01} = \sqrt{R_S \cdot R_A} = 24.5\quad \Omega$

Il successivo tratto a impedenza caratteristica pari a 50 Ω opera il passaggio dal punto A al punto caratterizzato dal coefficiente di riflessione $\Gamma_{SOPT}$. Il tratto di linea richiesto è pari a $\ell_2$ =0.492 λ.
Ovviamente, sempre facendo riferimento alla carta di Smith N. 1, si può anche passare dal punto 1 al punto B e poi da qui andare a $\Gamma_{SOPT}$. In questo secondo caso risulta: $R_{01}$=395 Ω e $\ell_2$ =0.242 λ
Per quanto riguarda l'uscita si adotta la seguente rete:




Con riferimento alla carta di Smith N. 2, si osserva che il trasformatore a λ/4 consente il passaggio dal punto 1, caratterizzato da una resistenza $R_L$ al punto A, caratterizzato dalla resistenza $R_A$ pari a circa $0.085R_0$=4.25 Ω. Il trasformatore a λ/4 avrà quindi resistenza caratteristica: $R_{01} = \sqrt{R_L \cdot R_A} = 14.6\quad \Omega$ Il successivo tratto a impedenza caratteristica pari a 50 Ω opera il passaggio dal punto A al punto caratterizzato dal coefficiente di riflessione $\Gamma_{LOPT}$. Il tratto di linea richiesto è pari a $\ell_4$ =0.138 λ. Anche qui esiste un'altra soluzione: dal punto 1 si passa al punto B con un λ/4 di impedenza caratteristica 170 Ω e da B si va a $\Gamma_{LOPT}$ con un tratto di line a $R_0$=50 Ω e lunghezza $\ell_2$ =0.388 λ.

Il valore della corrente di uscita si calcola considerando che: $P_L = \dfrac{I_{UM}^2 R_L}{2}$ dove $I_{UM}$ è l'ampiezza della corrente.

Pertanto la corrente risulta data da: $I_{UM} = \sqrt{\dfrac{2P_L}{R_L}}$. Ma: $P_L = G_T P_{AIN}$ e $P_{AIN} = \dfrac{I_S^2 R_L}{8}$, dove $I_S$ è l'ampiezza della corrente del generatore equivalente della sorgente ($I_S$ =200 μA). Nel nostro caso (massimo di $I_{UM}$, ovvero massimo di $P_L$) il $G_T$ assume il valore massimo, pari a $G_{AMAX}$. Il $G_{AMAX}$ è dato da:

$$G_{AMAX} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|}\left[k - \sqrt{k^2 - 1}\right] \quad \text{con}: k = \frac{1 + |\Delta|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2}{2|S_{12}S_{21}|} = 1.12$$

Il $G_{AMAX}$ =$G_{TMAX}$ risulta quindi pari a 4.1 (6.1 dB). Inoltre: $P_L$=256 nW e infine $I_{UM}$, = 101 μA.

**<u>Punto b)</u>**: Indichiamo con $S'_{11}$ e $S'_{21}$ i parametri S del quadripolo composto dalla cascata dei qudripoli M1, Q e M2. Per calcolare $S'_{11}$ e $S'_{21}$ occorre terminare il quadripolo in esame sull'impedenza di normalizzazione che, per default è 50 Ω. In queste condizioni: $S'_{11} = \Gamma_1$ e $S'_{21} = \dfrac{V_2}{V_1}\left(1 + S'_{11}\right)$, dove $\Gamma_1$ è il coefficiente di riflessione (riferito a 50 Ω) visto in ingresso a M1 mentre $V_1$ e $V_2$ sono le tensioni rispettivamente in ingresso e in uscita al quadripolo composto. (sempre nel caso in cio in uscita a M2 sia connesa una resistenza pari a $R_0$=50 Ω).

Il calcolo di $S'_{11}$ si riduce a calcolare $Z_1$, la resistenza vista in ingresso alla rete M1, in quanto: $\Gamma_1 = \dfrac{Z_1 - R_0}{Z_1 + R_0}$.

Osserviamo che se mettiamo in uscita 50 Ω otteniamo proprio la configurazione con la quale abbiamo lavorato al punto precedente, in quanto $R_L$ era proprio pari a $R_0$=50 Ω. Siccome avevamo realizzato l'accoppiamento complesso coniugato: $\Gamma_{SV} = \Gamma_{SOPT} = \Gamma_{IN}^*$. Per la proprietà di reciprocità delle reti di adattamento si ha anche che: $Z_1 = R_S^* = R_S$. Quindi $S'_{11} = 0.6$

Per calcolare $S'_{21}$ occorrerebbe calcolare $V_2/V_1$. Siccome è richiesto solo il modulo di $S'_{21}$, basterà calcolare il modulo del rapporto $V_2/V_1$. Possiamo scrivere:

$$P_L = \frac{|V_2|^2}{2R_L} \qquad P_{IN} = \frac{|V_1|^2}{2}\mathrm{Re}\left(\frac{1}{Z_1}\right) = \frac{|V_1|^2}{2R_S}$$

dove $P_{IN}$ è la potenza che entra in M1. Ma, grazie all'accoppiamento complesso coniugato in ingresso: $P_{IN}$=$P_{AIN}$,

pertanto, si ottiene: $\left|\dfrac{V_2}{V_1}\right| = \sqrt{\dfrac{|V_2|^2}{|V_1|^2}} = \sqrt{\dfrac{P_L}{P_{AIN}}\dfrac{R_L}{R_S}} = \sqrt{G_{TMAX}\dfrac{R_L}{R_S}}$

Quindi: $|S'_{21}| = \left|\dfrac{V_2}{V_1}\right|\left|1 + S'_{11}\right| = 1.62$

Versione A

6] $NF = 2.5\,dB \Rightarrow NF_i = 1.77$  $NF_{MIN} = 1.3\,dB\ [1.35]$

$N_i = \dfrac{NF_i - NF_{MIN}}{4\,r_n}\,|1+\Gamma_{ON}|^2$  $\Gamma_{ON} = 0.31\angle 104° = -0.075 + 0.3j$

$R_n = 8.5\,\Omega \Rightarrow r_n = 0.17$

$N_i = 0.584$  $|1+\Gamma_{ON}|^2 = 0.945$

Il centro del cerchio equinoise è

$$C_i = \frac{\Gamma_{ON}}{1+N_i} = 0.195\angle 104$$

il raggio è

$$r_i = \sqrt{\frac{(1+N_i)N_i - N_i\,|\Gamma_{ON}|^2}{(1+N_i)^2}} = 0.588$$

Si traccia il cerchio equinoise e si osserva che esso interseca il cerchio equi $G_A$ con $G_A = 14\,dB$. Pertanto scegliendo come terminazione di ingresso un punto qualunque sull'arco di circonferenza equinoise interno al cerchio a $G_A = 14\,dB$ e, necessariamente, adattando complesso coniugato in uscita, si ottiene un $G_T \geq 14\,dB$.

Si poteva giungere alle stesse conclusioni senza calcolare $C_i$ ed $r_i$, ma osservando che il cerchio equinoise a $NF = 2.5\,dB$, essendo compreso tra quelli a 2 e 3 dB, certamente interseca il cerchio equi $G_A$ a $G_A = 14\,dB$.

Elettronica delle Telecomunicazioni

Compitino del 02/12/00

Versione B

Si riportano nel seguito soltanto i risultati numerici. Per la giustificazione del procedimento adottato e la discussione dei risultati fare riferimento alla soluzione della versione A

1] v. es. 6 versione ~~B~~ A

$NF = 1.5\,dB \qquad NF_i = 1.41$

$N_i = 0.0868$

$C_i = \dfrac{\Gamma_{ON}}{1.0868} = 0.276\angle 104^\circ$

$r_i = 0.27$

Non esiste intersezione tra il cerchio a $G_A = 15\,dB$ e quello equinoise a $1.5\,dB$ che risulta esterno al primo.

Non è possibile ottenere $G_T = 15\,dB$ e $NF = 1.5\,dB$

2] v. Es. 4 versione A

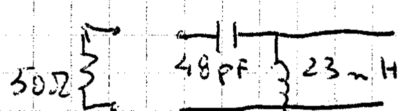
Dalle caratteristiche $k = 2 \qquad Y_{SV} = 8 - 28j\,mS$ ; $Y_{LV} = 0.67 - 2.3j\,mS$

Trasformazione in salita per l'ingresso

$Q_S = \sqrt{\dfrac{R_P - 50}{50}} = 0.33 \qquad C_S = 48\,pF \qquad C_P = 4.7\,pF$

$B_P = 5.9\,mS \qquad B_x + B_P = -28\,mS \Rightarrow B_x = -33.9\,mS$

$L_x = -\dfrac{1}{\omega_0 B_x} = 23\,nH$

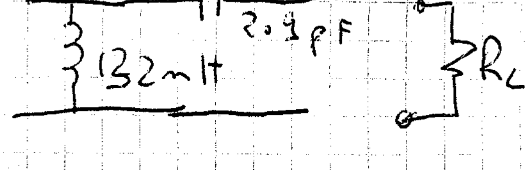



Trasformazione in salita per l'uscita

$Q_S = 5.37 \qquad C_S = 2.9\,pF \qquad C_P \simeq 2.9\,pF$

$B_P = 3.7\,mS \qquad B_x + B_P = -2.3\,mS \qquad B_x = -6\,mS$

$L_x = 132\,nH$



Versione B

3] V. Es. 2 Versione A

Il quadripolo è incondizionatamente stabile, come si vede dalle caratteristiche e rimane tale aggiungendo qualunque coppia di elementi reattivi in ingresso e in uscita. Infatti, il quadripolo così ottenuto, differisce da quello di partenza soltanto per i parametri $B_i$ e $B_o$ i quali non intervengono nel calcolo del fattore di Linvill.

4] V. Es 1 Versione A

Le ipotesi sono tutte verificate, pertanto

$$|\beta A| = 5 \quad \text{alla frequenza } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_s}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{20 \cdot 10^{-9} \cdot 126 \cdot 10^{-12}}} =$$

$$= 100.3 \text{ MHz}$$

e quindi il sistema si comporta come un oscillatore a frequenza di innesco pari a 100.3 MHz

## Compito B: risultati dell'esercizio 5

$$S_{11} = S_{22} = -\frac{1}{2}$$
$$S_{21} = S_{12} = -\frac{1}{2}$$

Per quanto riguarda lo svolgimento si veda l'esercizio 3 del compito A che è identico, a parte i valori dei parametri circuitali.

## Compito B: risultati dell'esercizio 6

Il punto di riposo e la frequenza e quindi i pure i parametri S sono uguali a quelli del còrrispondente esercizio del compito A (esercizio 5). Pertanto risulteranno uguali anche i valori di: $\Gamma_{Sopt} = 0.88\angle -174^\circ$ e di $\Gamma_{Lopt} = 0.84\angle -81^\circ$. Siccome in entrambi i casi in uscita vi è una resistenza da 50 Ω, la rete M2 sarà uguale a quella dell'esercizio 5 del compito A. La rete M1 cambia solo per quanto riguarda il λ/4 poichè è diversa la $R_S$ e quindi il punto di partenza $\Gamma_S$.
Anche qui vi sono due possibilità (vedi carta di Smith n. 1 del compito A) a seconda che si vada verso il punto A o il punto B. I valori della resistenza caratteristica del λ/4 risultano nei due casi rispettivamente 9 Ω e 140 Ω.
In questo esercizio veniva chiesta la tensione di uscita massima. Questa si ottiene in corrispondenza del $G_T$ massimo che è 4.1 come nell'esercizio 5 del compito A. Risulta:

$$V_{UM} = \sqrt{2P_L R_L} = \sqrt{2G_T P_{AIN} R_L} = 3.58\ \text{mV} \quad \text{dove}: P_{AIN} = \frac{I_S R_S}{8} = 31.25\ \text{nW}$$

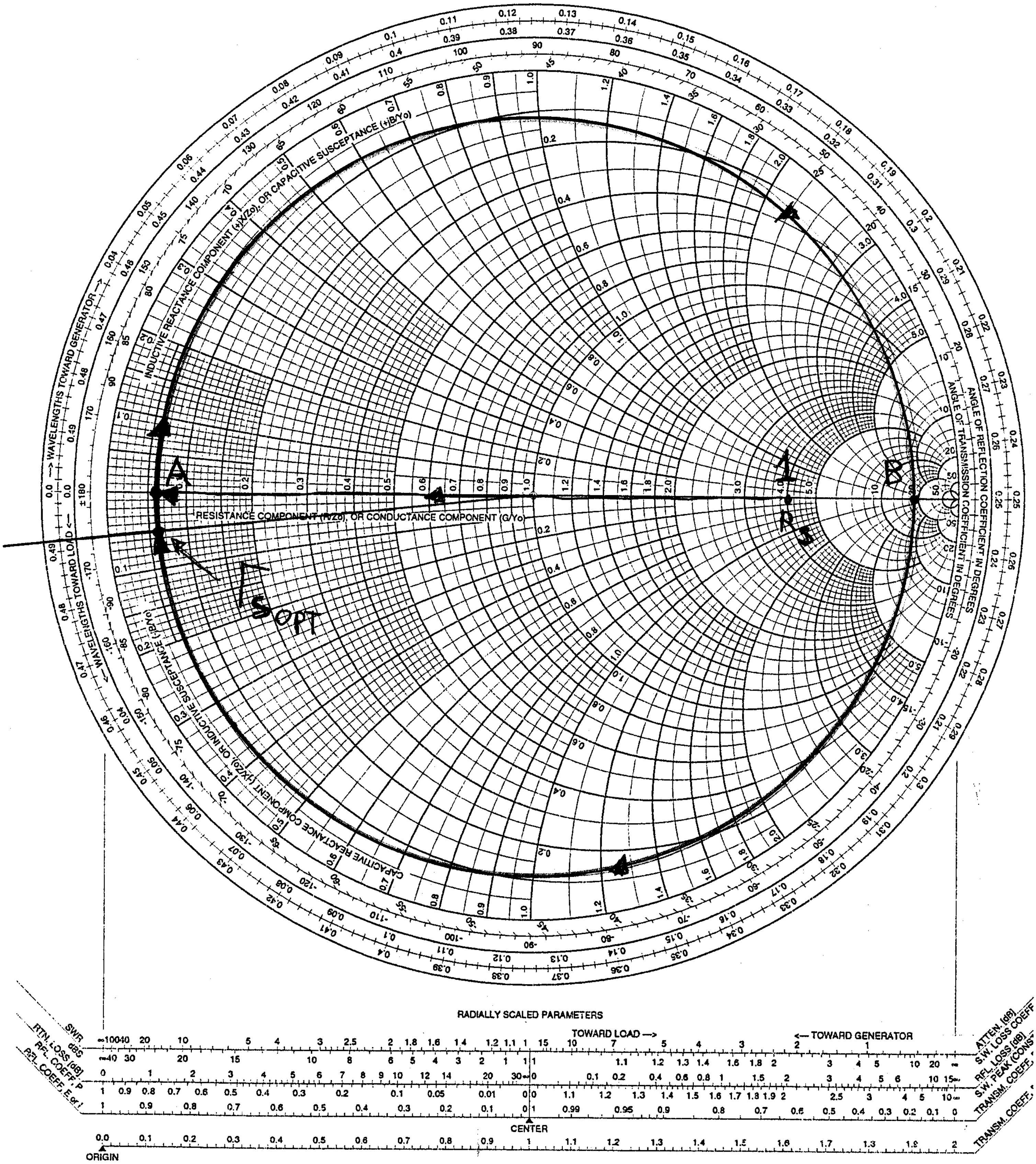
Il parametro $S_{11}$ e il modulo di $S_{21}$ si determinano esattamente come nell'esercizio 5 del compito A e risultano:

$$S_{11}^t = -\frac{1}{3} \quad \text{e} \quad |S_{21}^t| = 1.91$$

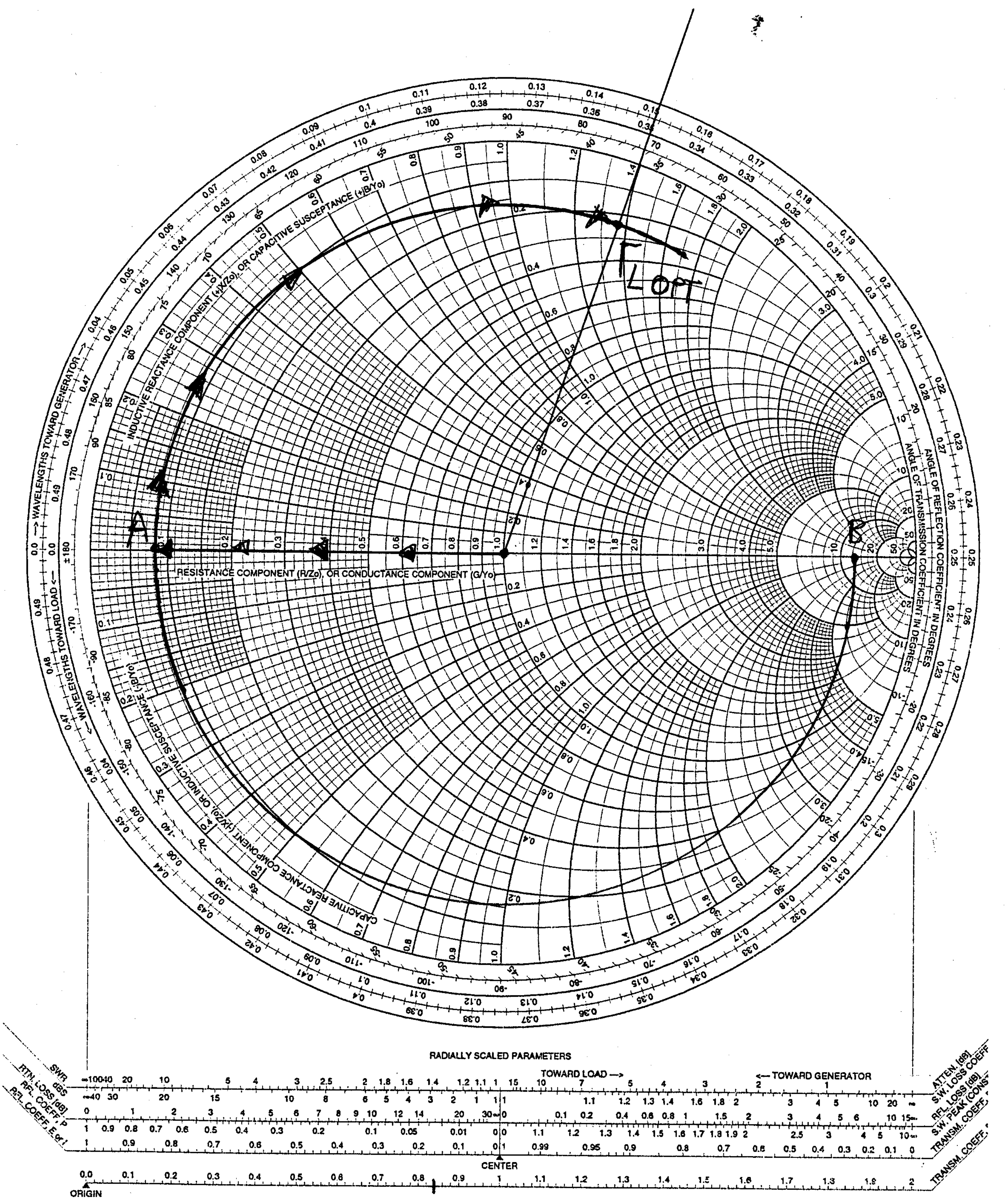
Per quanto riguarda lo svolgimento si veda l'esercizio 3 del compito A che è identico, a parte i valori dei parametri circuitali.

COMPITO A

C. S. N. 1



C.S. N.2


A
B
Γ LOPT
WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR
WAVELENGTHS TOWARD LOAD
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo) OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES
RADIALLY SCALED PARAMETERS
TOWARD LOAD —>
<— TOWARD GENERATOR
SWR
dBS
RTN. LOSS [dB]
RFL. COEFF, P
RFL. COEFF, E or I
ATTEN. [dB]
S.W. LOSS COEFF
RFL. LOSS [dB]
S.W. PEAK (CONST.)
TRANSM. COEFF, P
TRANSM. COEFF, E or I
CENTER
ORIGIN