Prova scritta dello 09/04/09 (appello straordinario)

ESERCIZIO 1

Dato il transitore NMOS definito da: Si ($N_A = 10^{16}$ cm^{-3}), SiO_2 ($t_{ox} = 80$ nm), gate di poly n^+, $\mu_n = 780$ cm^{2}V^{-1}s^{-1}, $W/L = 8$:

1) calcolare I_{DSAT} per $V_{GS} = 4$ V.

2) Se la temperatura è 85 °C calcolare la V_{GS} necessaria a mantenere lo stesso valore di I_{DSAT} calcolato nel punto 1. Si supponga la mobilità indipendente dalla temperatura.

ESERCIZIO 2

In una struttura MOS ideale ($t_{ox} = 50$ nm) il substrato è intrinseco.

1) Calcolare la caduta Ψ_s nel Si che rende $n_s = 10^{15}$ cm^{-3}.

2) Si ripeta il procedimento usato per la struttura MOS con substrato p per trovare l'espressione di $\mathcal{E}_s$, campo elettrico nel Si all'interfaccia.

3) Si calcoli infine la V_{GS} necessaria per avere il valore di n_s del punto 1.

ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare n^+pn^+ è polarizzato con $V_{CE} = 5$ V e $I_B = 10$ μA. Le caratteristiche del transistore sono: $W_{Met} = 3$ μm, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $S = 1$ mm^2.

1) Calcolare le correnti e le tensioni ai terminali (assumere trascurabili le regioni di svuotamento delle giunzioni polarizzate in diretta e fare le opportune approssimazioni).

A $t = 0$ il generatore di base viene invertito ($I_B(0^+) = -20\mu$A).

2) Calcolare la durata del transitorio (tempo t_{off} in cui si annulla la corrente di collettore).

SOLUZIONE 1

1)

$$I_{DSAT} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{2L} \left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2$$

in cui tutto è noto ad eccezione di V_{TH}.

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\varepsilon_S q N_A 2\psi_B}}{\varepsilon_{ox}} t_{ox} + 2\psi_B + \Phi_{MS}$$

$$2\psi_B = 2 \times 0.026 \times \ln\left(\frac{10^{16}}{1.5 \times 10^{10}}\right) = 0.697 \text{ V}$$

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2 \times 11.8 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{22} \times 0.697}}{3.9 \times 8.85 \times 10^{-12}} \times 8 \times 10^{-8} + 0.697 + \Phi_{MS}$$

$$V_{TH} = 1.81 - \left(1.08 - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_V}{N_A}\right)\right)$$

$$V_{TH} = 1.81 - \left(1.08 - 0.026 \times \ln\left(\frac{10^{19}}{10^{16}}\right)\right) = 0.91 \text{ V.}$$

$$I_{DSAT} = 780 \times 10^{-4} \times \frac{3.9 \times 8.85 \times 10^{-12}}{8 \times 10^{-8}} \times 4 \times (4 - 0.91)^2 = 1.28 \text{ mA.}$$

2) Nell'espressione della I_{DSAT} l'unica quantità che dipende da T è la tensione di soglia

$$V_{TH}(T) = \frac{\sqrt{2\varepsilon_S q N_A 2\psi_B(T)}}{\varepsilon_{ox}} t_{ox} + 2\psi_B(T) + \Phi_{MS}(T);$$

$$2\psi_B(T) = 2\frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A}{n_i(T)}\right)$$

$$\Phi_{MS}(T) = \left(1.08 - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_V(T)}{N_A}\right)\right);$$

si devono quindi calcolare $2\psi_B\,(358 \text{ K})$ e $\Phi_{MS}\,(358 \text{ K})$.

$$2\psi_B\,(358 \text{ K}) = 2 \times 8.63 \times 10^{-5} \times 358 \times \ln\left(\frac{10^{16}}{n_i(T)}\right)$$

con

$$\begin{aligned} n_i(T) &= \sqrt{2.8 \times 10^{19} \times \left(\frac{358}{300}\right)^{\frac{3}{2}} \times 10^{19} \times \left(\frac{358}{300}\right)^{\frac{3}{2}}} \times \exp\left(-\frac{1.08}{2 \times 8.63 \times 10^{-5} \times 358}\right) \\ &= 5.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3} \end{aligned}$$

$$2\psi_B\,(358 \text{ K}) = 2 \times 8.63 \times 10^{-5} \times 358 \times \ln\left(\frac{10^{16}}{5.6 \times 10^{11}}\right) = 0.6 \text{ V};$$

$$\Phi_{MS}\,(358 \text{ K}) = \left(1.08 - 8.63 \times 10^{-5} \times 358 \times \ln\left(\frac{10^{19} \times \left(\frac{358}{300}\right)^{\frac{3}{2}}}{10^{16}}\right)\right) = 0.86 \text{ V}$$

$$V_{TH}\,(358 \text{ K}) = \frac{\sqrt{2 \times 11.8 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{22} \times 0.6}}{3.9 \times 8.85 \times 10^{-12}} \times 8 \times 10^{-8} + 0.6 - 0.86 = 0.78 \text{ V};$$

la tensione di soglia è diminuita rispetto al valore precedente. Si ha dunque

$$1.28 \times 10^{-3} = 780 \times 10^{-4} \times \frac{3.9 \times 8.85 \times 10^{-12}}{8 \times 10^{-8}} \times 4 \times (V_{GS} - 0.78)^2$$

da cui si ottiene $V_{GS}(358\,\mathrm{K}) = 3.86$ V.

SOLUZIONE 2

1) Si ha immediatamente, dato che deve essere $n_s = n_i e^{\Psi_s/V_T}$

$$\Psi_s = V_T \ln\left(\frac{n_s}{n_i}\right) = 0.026 \times \ln\left(\frac{10^{15}}{1.5 \times 10^{10}}\right) = 0.289 \text{ V.}$$

2) L'equazione di Poisson nel Si si scrive

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{q}{\varepsilon_s}(p - n) = -\frac{q}{\varepsilon_s}\left(p_i e^{-\Psi/V_T} - n_i e^{\Psi/V_T}\right)$$

con $p_i = n_i$;

$$\frac{1}{2}\frac{d}{d\Psi}\left(\frac{d\Psi}{dx}\right)^2 = -\frac{qn_i}{\varepsilon_s}\left(e^{-\Psi/V_T} - e^{\Psi/V_T}\right)$$

$$d\left(\frac{d\Psi}{dx}\right)^2 = -\frac{2qn_i}{\varepsilon_s}\left(e^{-\Psi/V_T} - e^{\Psi/V_T}\right)d\Psi$$

$$\left(\frac{d\Psi}{dx}\right)^2 = -\frac{2qn_i}{\varepsilon_s}\int\left(e^{-\Psi/V_T} - e^{\Psi/V_T}\right)d\Psi$$

$$\left(\frac{d\Psi}{dx}\right)^2 = \frac{2qn_iV_T}{\varepsilon_s}\left(e^{-\Psi/V_T} + e^{\Psi/V_T}\right) + C$$

con $C = -\frac{4qn_iV_T}{\varepsilon_s}$, dato che per $\Psi = 0$ il campo è nullo. Segue

$$\mathcal{E}_s = \pm\sqrt{\frac{2qn_iV_T}{\varepsilon_s}\left(e^{-\Psi_s/V_T} + e^{\Psi_s/V_T} - 2\right)}$$

3) Come nel caso di substrato drogato

$$V_{GS} = -\frac{Q_s}{C_{ox}} + \Psi_s$$

con

$$Q_s = \mp\varepsilon_s\mathcal{E}_s;$$

in questo caso $\mathcal{E}_s$ è positivo e Q_s negativa

$$V_{GS} = \frac{\varepsilon_s\sqrt{\frac{2qn_iV_T}{\varepsilon_s}\left(e^{-\Psi_s/V_T} + e^{\Psi_s/V_T} - 2\right)}}{C_{ox}} + \Psi_s$$

approssimabile con $(\Psi_s/V_T >> 1)$

$$V_{GS} = \frac{\sqrt{2\varepsilon_s qV_Tn_ie^{\Psi_s/V_T}}}{C_{ox}} + \Psi_s = \frac{\sqrt{2\varepsilon_s qV_Tn_s}}{C_{ox}} + \Psi_s = 0.33 \text{ V.}$$

SOLUZIONE 3

1) I_B può essere calcolata con il modello a controllo di carica:

$$I_B = \frac{Q_B}{\tau_n} = \frac{Sq\frac{n_i^2}{N_A}e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}W_{eff}/2}{\tau_n}$$

espressione in cui compare V_{BE} e la larghezza effettiva di base. Assumendo con buona approssimazione $W_{BC}(V_{CB}) \simeq W_{BC}(V_{CE})$:

$$W_{BC} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A}(V_0 + V_{CE})}$$

$$V_0 = V_T \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) = 0.873$$

$$W_{BC} = 0.879\ \mu\text{m}$$

$$W_{eff} = W_{Met} - W_{BC} = 2.212\ \mu\text{m}$$

da questo possiamo ricavare V_{BE}:

$$e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = \frac{I_B \tau_n}{Sq\frac{n_i^2}{N_A}W_{eff}/2}$$

$$V_{BE} = V_T \ln\left(\frac{I_B \tau_n}{Sq\frac{n_i^2}{N_A}W_{eff}/2}\right) = 0.56\ \text{V}$$

Quindi $V_{BE} = 0.56$ V e $V_{CB} = 4.44$ V. Calcolando di nuovo $W_{BC}(V_{CB})$ avremo $W_{BC} = 0.86\ \mu$m, comparabile con buona approssimazione col valore calcolato precedentemente.

La corrente di collettore può essere calcolata valutando il tempo di transito τ_t:

$$\tau_t = \frac{W_{eff}^2}{2D_n} = \frac{W_{eff}^2}{2V_T\mu_n} = 9.4 \times 10^{-9}\ \text{S}$$

$$I_C = \frac{Q_B}{\tau_t} = I_B\frac{\tau_n}{\tau_t} = 10.6\ \text{mA}$$

2) L'equazione di continuità per la corrente di base durante il transitorio è:

$$i_B(t) = \frac{Q_B(t)}{\tau_n} + \frac{dQ_B(t)}{dt}$$

la cui soluzione ha la forma:

$$Q_B(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau_n}} + B$$

Le due costanti A e B si trovano imponendo le condizioni iniziali e finali:

$$Q_B(0) = \tau_n I_B(0^-) = 10^{-11}\ \text{C}$$

$$Q_B(\infty) = \tau_n I_B(0^+) = -2 \times 10^{-11}\ \text{C}$$

Quindi:

$$B = -2 \times 10^{-11}$$

$$A = 3 \times 10^{-11}$$

La corrente di collettore è facilmente calcolabile come:

$$I_C = \frac{Q_B(t)}{\tau_t}$$

L'istante in cui il transistore si spenge è l'istante in cui la carica in base è nulla. A quel punto anche la corrente di base va a 0.

$$Ae^{-\frac{t_{off}}{\tau_n}} + B = 0$$

$$t_{off} = \tau_n \ln\left(-\frac{A}{B}\right) = 4 \times 10^{-7} \text{ s}$$