DE e DTE: PROVA SCRITTA DEL 1 Luglio 2014

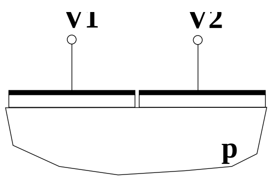
ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Una giunzione pn è caratterizzata da: $N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs. La distanza tra la giunzione e il contatto n è pari a 1 mm, mentre la distanza tra la giunzione ed il contatto p è pari a 5 μm.

1) Determinare la densità di corrente nella giunzione per $V = 0.5$ V (solo per questo punto: trascurare l'ampiezza della regione di svuotamento).[3]

2) Per V generico, determinare un'espressione per il campo elettrico, per $x > x_n$.[4]

3) Per $V = 0.5$ V, determinare il campo elettrico per $x >> L_p$, per $x = x_n$ e per $x = 0$. Stimare inoltre la caduta di tensione in serie alla giunzione (SUGGERIMENTO: approssimare il campo elettrico con il valore per $x >> L_p$). [3]

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) I due condensatori n-MOS in figura hanno il gate di metallo ($\Phi_M = 5.5$ V) e sono caratterizzati da $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm. La larghezza e la lunghezza dei condensatori MOS sono W=L=10μm (tutto il dispositivo ha un'area totale di 10×20 μm^2). I gates sono molto vicini (considerarli esattamente adiacenti), ma isolati elettricamente e $V_1 = V_2 = 0$ per $t < 0$. Trascurare gli effetti di bordo.



1) Per $t = 0$ la tensione V_1 viene portata bruscamente a +5 V. Determinare la carica fissa e mobile, e la profondità della regione di svuotamento, per $t = 0^+$, per entrambi i condensatori (ATTENZIONE trascurare la regione di svuotamento in accumulazione). [4]

2) La superficie totale (10×20 μm^2) viene illuminata uniformemente in maniera tale che vengano generate 2×10^{15} m^{-2}s^{-1} coppie elettrone-lacuna (per unità di superficie, al secondo). Trascurare la generazione termica. Determinare la carica fissa e mobile, e la profondità della regione di svuotamento, per $t = 5$ s per il condensatore 1. [3]

3) A $t = 5$ secondi anche V_2 viene portata bruscamente a +5 V. Determinare la carica fissa e mobile, e l'ampiezza della regione di svuotamento, subito dopo l'accensione di V_2 per entrambi i condensatori. [3]

ESERCIZIO 3 (DTE)

1) Eseguire uno schema di un impiantatore ionico, descrivendone dettagliatamente le singole parti e la loro funzionalità. [4]

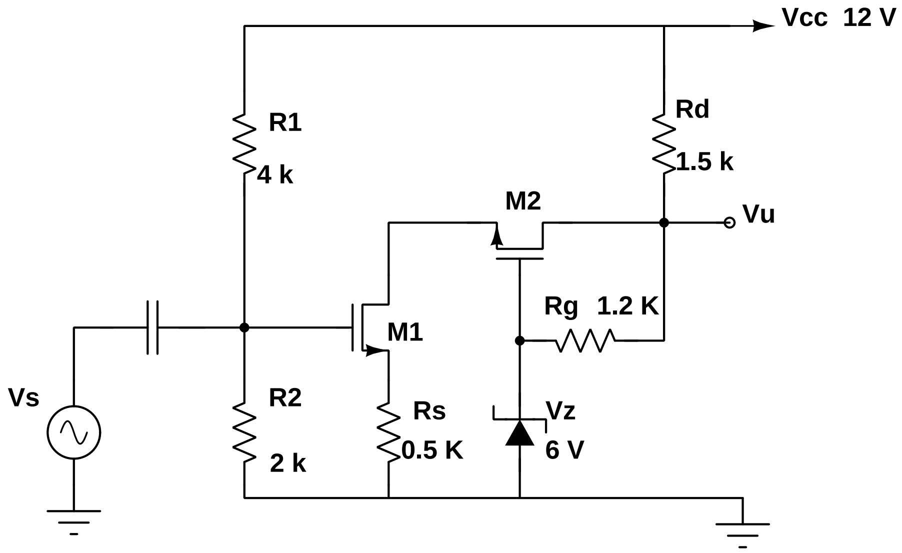
Viene eseguita una impiantazione di arsenico in uno strato di silicio di tipo p ($N_A = 10^{15}$ cm^{-3}) a 100 kV, ricoperto di uno strato di ossido di spessore t ($R_p = 58.2$ nm e $\Delta R_p = 20.7$ nm, nel silicio; $R_p = 47.3$ nm e $\Delta R_p = 15.1$ nm, nell'ossido).

2) Determinare t in maniera tale che il massimo del profilo coincida con l'interfaccia ossido-silicio. [2]

3) Determinare la dose di impianto per avere una profondità di giunzione (dall'interfaccia ossido-silicio) di 200 nm. [4]

ESERCIZIO 4 (DE) Nel circuito in figura, M_1 e M_2 sono transistori n-MOS con gate in polisilicio di tipo p^+ ($N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $t_{ox} = 30$ nm, $W_1 = 10$ μm, $W_2 = 20$ μm e $L_1 = L_2 = 1$ μm). Da una caratterizzazione $C - V$ a bassa frequenza della struttura MOS, è stato trovato che il minimo della capacità si ha per una tensione $V_{GS} = 1$ V.

1) Determinare la concentrazione superficiale di ioni sodio, all'interfaccia ossido-silicio.[4]



2) Calcolare il punto di riposo dei transistori.[4]

3) Determinare la tensione di uscita minima, che consenta di polarizzare correttamente il diodo zener.[2]

ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Una giunzione pn è caratterizzata da: $N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs. La distanza tra la giunzione e il contatto n è pari a 1 mm, mentre la distanza tra la giunzione ed il contatto p è pari a 5 μm.

1) Determinare la densità di corrente nella giunzione per $V = 0.5$ V (solo per questo punto: trascurare l'ampiezza della regione di svuotamento).[2]

2) Per V generico, determinare un'espressione per il campo elettrico, per $x > x_n$.[4]

3) Per $V = 0.5$ V, determinare il campo elettrico per $x >> L_p$, per $x = x_n$ e per $x = 0$. Stimare inoltre la caduta di tensione in serie alla giunzione (SUGGERIMENTO: approssimare il campo elettrico con il valore per $x >> L_p$). [4]

SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i parametri:

$$\begin{aligned} D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.59 \times 10^{-3} \\ L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.82 \qquad \mu\text{m} \\ D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.036 \times 10^{-3} \\ L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.19 \qquad \mu\text{m} \end{aligned}$$

Quindi la parte n è a base lunga, la parte p è a base corta ($W_p = 5$ μm). Avremo dunque:

$$J = q\left(\frac{D_n}{W_p}\frac{n_i^2}{N_D} + \frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_A}\right)\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 3.85 \times 10^{-6}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 932.30 \quad \text{A/m}^2 \tag{1}$$

2) Nella parte n ($x > x_n$) ci sarà:

1) la corrente di diffusione di lacune:

$$J_p = q\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)e^{-\frac{x}{L_p}} \tag{2}$$

2) la corrente di diffusione di elettroni (ricordare che il profilo dell'eccesso dei portatori maggioritari è uguale a quello dei portatori minoritari):

$$J_{n\ diff} = -q\frac{D_n}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)e^{-\frac{x}{L_p}} \tag{3}$$

3) la corrente di trascinamento di elettroni (in bassa iniezione $n_n \simeq n_{n0} = N_D$:

$$J_{n\ drift} = q\mu_n N_D \varepsilon \tag{4}$$

La corrente totale è data dalla somma delle tre componenti:

$$\begin{aligned} J &= J_p + J_{n\ drift} + J_{n\ diff} \\ q\left(\frac{D_n}{W_p}\frac{n_i^2}{N_D} + \frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_A}\right)\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) &= q\frac{D_p - D_n}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)e^{-\frac{x}{L_p}} + q\mu_n N_D \varepsilon \end{aligned}$$

Quindi l'espressione del campo elettrico $\varepsilon(x)$ risulta:

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{\mu_n}\left(\frac{D_n}{W_p}\frac{n_i^2}{N_D^2} + \frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_A N_D} + \frac{D_n - D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D^2}e^{-\frac{x}{L_p}}\right)\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) \tag{5}$$

3) Per $x >> L_p$ la corrente è dovuta solo agli elettroni, di trascinamento. Com'e' immediato verificare dall'espressione sopra:

$$\varepsilon(x >> L_n) = \frac{1}{q\mu_n N_D}J = 5.82 \qquad \text{V/m} \tag{6}$$

Per $x = x_n$ basta fare il conto e avremo $\varepsilon(x = x_n) = 6.07$ V/m.

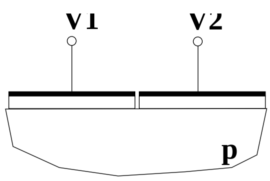
Per $x = 0$ (cioè sul piano della giunzione) il campo elettrico è dovuto alla regione di svuotamento, che va calcolata:

$$\begin{aligned} V_0 &= V_T ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) = 0.678 \\ W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)(V_0 - V)} = 0.265 \quad \mu\text{m} \\ x_n &= W\frac{N_A}{N_D + N_A} = 0.0883 \quad \mu\text{m} \\ \varepsilon(0) &= \frac{qN_D x_n}{\epsilon_s} = 1.34 \quad \text{MV/m} \end{aligned}$$

La caduta di tensione tra contatto n e regione di svuotamento risulta:

$$V = \varepsilon(x >> L_p) \times 1\text{mm} = 5.82 \quad \text{mV} \tag{7}$$

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) I due condensatori n-MOS in figura hanno il gate di metallo ($\Phi_M = 5.5$ V) e sono caratterizzati da $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm. La larghezza e la lunghezza dei condensatori MOS sono W=L=10μm (tutto il dispositivo ha un'area totale di 10×20 μm^2). I gates sono molto vicini (considerarli esattamente adiacenti), ma isolati elettricamente e $V_1 = V_2 = 0$ per $t < 0$. Trascurare gli effetti di bordo.



1) Per $t = 0$ la tensione V_1 viene portata bruscamente a +5 V. Determinare la carica fissa e mobile, e la profondità della regione di svuotamento, per $t = 0^+$, per entrambi i condensatori (ATTENZIONE trascurare la regione di svuotamento in accumulazione). [4]

2) La superficie totale (10×20 μm^2) viene illuminata uniformemente in maniera tale che vengano generate 2×10^{15} m^{-2}s^{-1} coppie elettrone-lacuna (per unità di superficie, al secondo). Trascurare la generazione termica. Determinare la carica fissa e mobile, e la profondità della regione di svuotamento, per $t = 5$ s per il condensatore 1. [3]

3) Per $t = 5$ secondi anche V_2 viene portata bruscamente a +5 V. Determinare la carica fissa e mobile, e l'ampiezza della regione di svuotamento, subito dopo l'accensione di V_2 per entrambi i condensatori. [3]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la tensione di soglia(Φ_{MS} positivo):

$$\psi_B = \frac{kT}{q} ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.347 \quad \text{V}$$

$$
\begin{aligned}
\Phi_{MS} &= \frac{E_f - E_v}{q} + \Phi_M - \frac{E_V}{q} = V_T ln\left(\frac{N_V}{N_A}\right) + 5.5 - (4.1 + 1.08) = 0.5 \qquad \mathrm{V} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \qquad\qquad \mathrm{F/m^2} \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 1.61 \qquad \mathrm{V}
\end{aligned}
$$

Il condensatore MOS 1 ha una V_{GS} applicata pari a 5 V, e quindi la struttura MOS è sicuramente in inversione. Tuttavia a $t = 0^+$ la carica mobile non si è ancora formata. Quindi la carica è tutta dovuta alla regione di svuotamento (fissa), e la caduta di tensione nel silicio si può calcolare dall'equazione:

$$
V_{GS} = 5 = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s}}{C_{ox}} + \psi_s + \Phi_{MS} \tag{8}
$$

in cui si ha una unica incognita ψ_s. Risolvendo l'equazione avremo $\psi_s = 3.54$ V. L'ampiezza della regione di svuotamento sarà:

$$
W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\psi_s} = 0.68 \qquad \mu\mathrm{m} \tag{9}
$$

Per il condensatore 1 la carica mobile è zero, mentre la carica fissa è dovuta alla regione di svuotamento:

$$
\begin{aligned}
Q_W &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s} = 1.09 \times 10^{-3} \qquad \mathrm{C/m^2} \\
Q_{W\ total} &= Q_W\ 100 \times 10^{-12} = 1.13 \times 10^{-13} \qquad \mathrm{C}
\end{aligned}
$$

Il condensatore 2 si trova in accumulazione, a causa della Φ_{MS}, quindi avrà una carica mobile positiva (lacune), dovuta a Φ_{MS} che per $V = 0$ si può considerare come la tensione pre-applicata al condensatore MOS ideale:

$$
\begin{aligned}
Q_p &= C_{ox} \times \Phi_{MS} = 5.75 \times 10^{-4} \qquad \mathrm{C/m^2} \\
Q_{p\ total} &= Q_p\ 100 \times 10^{-12} = 5.75 \times 10^{-14} \qquad \mathrm{C}
\end{aligned}
$$

2) La carica TOTALE generata nel dispositivo, con $G = 2 \times 10^{15}$ e S superficie totale, é pari a:

$$
Q_{totale} = qGS \times t = q\ 200 \times 10^{-12}\ \ 2 \times 10^{15}\ \ 5 = 3.2 \times 10^{-13} \qquad \mathrm{C} \tag{10}
$$

Tutta questa carica va a finire nella buca di potenziale dovuta al piegamento delle bande del MOS 1, che quindi dopo 5 secondi ha una carica mobile per unità di superficie pari a:

$$Q_{n1} = \frac{Q}{S_1} = 3.2 \times 10^{-3} \qquad \mathrm{C/m^2} \tag{11}$$

Per determinare l'ampiezza della regione di svuotamento e quindi la carica fissa, basta impostare l'equazione in ψ_s:

$$\begin{aligned} V_{GS} &= -\frac{Q_W}{C_{ox}} - \frac{Q_n}{C_{ox}} + \psi_s + \Phi_{MS} \\ V_{GS} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s}}{C_{ox}} - \frac{Q_n}{C_{ox}} + \psi_s + \Phi_{MS} \\ 5 &= 0.5\sqrt{\psi_s} + \psi_s + 2.78 + 0.5 \end{aligned}$$

la cui soluzione è $\psi_s = 1.18$ V. La profondità della regione di svuotamento risulta dunque:

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\psi_s} = 0.39 \qquad \mu\mathrm{m} \tag{12}$$

e la carica fissa, dovuta alla regione di svuotamento, risulta:

$$\begin{aligned} Q_W &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s} = 6.03 \times 10^{-4} \qquad \mathrm{C/m^2} \\ Q_{W\ total} &= Q_W \ 100 \times 10^{-12} = 6.03 \times 10^{-14} \qquad \mathrm{C} \end{aligned}$$

3) In questo caso, anche il condensatore MOS 2 viene portato in inversione. Le lacune, che prima si accumulavano in 2, vengono respinte bruscamente dal campo elettrico con tempi trascurabili (tempi legati al trascinamento), e il MOS 2 va in svuotamento profondo. A questo punto, gli elettroni accumulati nel MOS 1 si ridistribuiscono. La carica mobile TOTALE rimane la stessa, ma si ripartisce tra le due strutture MOS. Quindi una volta acceso il gate 2 i due condensatori MOS hanno la stessa carica mobile (si ripartiscono la carica generata in 5 s, e hanno la stessa superficie $S = 100\ \mu\mathrm{m}^2$), pari a:

$$\begin{aligned} Q_{totale} &= qGS \times t = \frac{1}{2} q \ 200 \times 10^{-12} \ \ 2 \times 10^{15} \ \ 5 = 3.2 \times 10^{-13} \qquad \mathrm{C} \\ Q_{n1} &= Q_{n2} \frac{Q_{totale}}{2} \frac{1}{S} = 1.8 \times 10^{-3} \qquad \mathrm{C/m^2} \end{aligned}$$

Anche la ψ_s, la profondità della regione di svuotamento e la carica fissa sono gli stessi. Procedendo come sopra:

$$\begin{aligned}
V_{GS} &= -\frac{Q_W}{C_{ox}} - \frac{Q_n}{C_{ox}} + \psi_s + \Phi_{MS} \\
V_{GS} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s}}{C_{ox}} - \frac{Q_n}{C_{ox}} + \psi_s + \Phi_{MS} \\
5 &= 0.5\sqrt{\psi_s} + \psi_s + 1.56 + 0.5
\end{aligned}$$

Quindi $\psi_s = 1.5$ V e:

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\psi_s} = 0.44 \qquad \mu\mathrm{m} Q_W = \sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s} = 7.11 \times 10^{-4} \qquad \mathrm{C/m^2}$$

$$Q_{W\ total} = Q_W\ 100 \times 10^{-12} = 7.11 \times 10^{-14} \qquad \mathrm{C}$$

Quindi la carica mobile generata a 5 s si ripartisce tra i due condensatori, secondo il rapporto tra le aree, che sono uguali, e quindi la carica mobile per ciascuno è pari alla metà di quella totale. Conseguentemente, anche la carica fissa, dovuta alla regione di svuotamento, è uguale per i due MOS e pari a quella calcolata sopra.

ESERCIZIO 3 (DTE)

1) Eseguire uno schema di un impiantatore ionico, descrivendone dettagliatamente le singole parti e la loro funzionalità. [4]

Viene eseguita una impiantazione di arsenico in uno strato di silicio di tipo p ($N_A = 10^{15}$ cm^{-3}) a 100 kV, ricoperto di uno strato di ossido di spessore t ($R_p = 58.2$ nm e $\Delta R_p = 20.7$ nm, nel silicio; $R_p = 47.3$ nm e $\Delta R_p = 15.1$ nm, nell'ossido).

2) Determinare t in maniera tale che il massimo del profilo coincida con l'interfaccia ossido-silicio. [2]

3) Determinare la dose di impianto per avere una profondità di giunzione (dall'interfaccia ossido-silicio) di 200 nm. [4]

SOLUZIONE 3

1) Si rimanda alla dispensa per la descrizione di un impiantatore ionico.

2) Si può dimostrare (vedi dispensa) molto semplicemente che $t = R_{p\ ox} = 47.3$ nm.

3) Bisogna risolvere l'equazione:

$$N_D(x_i) = N_A \tag{13}$$

con $x_i = 200$ nm. Il massimo del profilo è all'interfaccia ossido-silicio. Ponendo l'origine degli assi $x = 0$ all'interfaccia:

$$N_D(x) = \frac{Q}{\sqrt{2PI}\Delta R_p} e^{-\frac{x^2}{2\Delta R_p^2}} \tag{14}$$

avremo:

$$Q = N_A \sqrt{2PI}\Delta R_p e^{\frac{x_i^2}{2\Delta R_p^2}} = 2 \times 10^{14} \qquad \mathrm{m}^{-2} \tag{15}$$

ESERCIZIO 4 (DE) Nel circuito in figura, M_1 e M_2 sono transistori n-MOS con gate in polisilicio di tipo p^+ ($N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $t_{ox} = 30$ nm, $W_1 = 10$, $W_2 = 20$ e $L_1 = L_2 = 1$ μm). Da una caratterizzazione $C - V$ a bassa frequenza della struttura MOS, è stato trovato che il minimo della capacità si ha per una tensione $V_{GS} = 1$ V.

1) Determinare la concentrazione superficiale di ioni sodio, all'interfaccia ossido-silicio.[4]

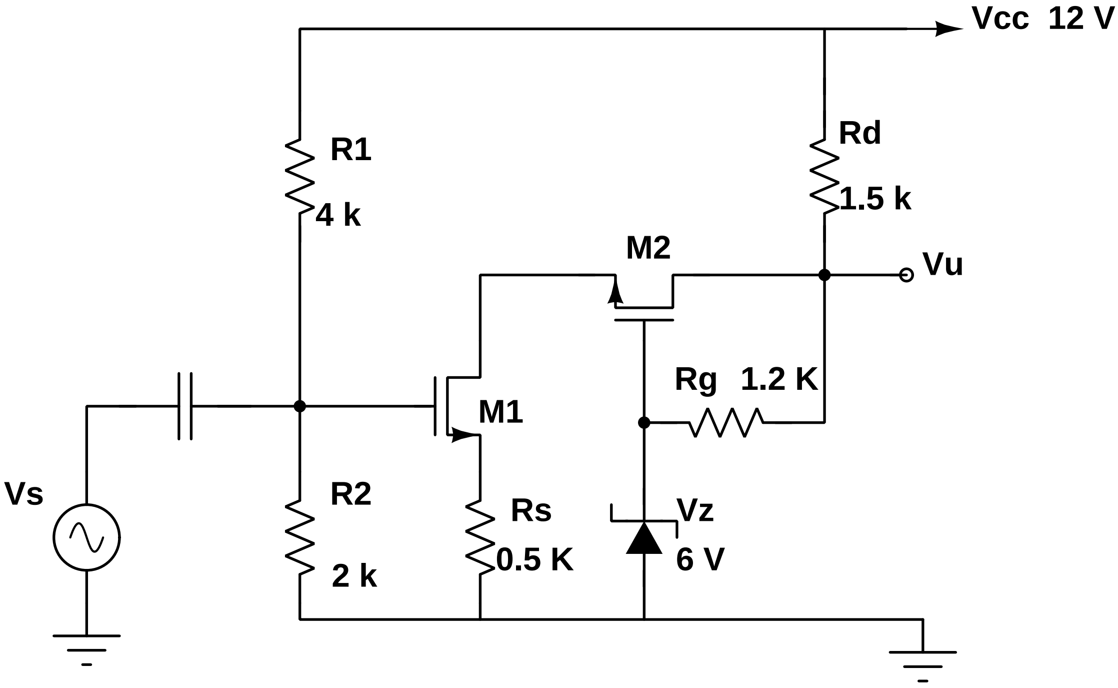
2) Calcolare il punto di riposo dei transistori.[4]

3) Determinare la tensione di uscita minima, che consenta di polarizzare correttamente il diodo zener.[2]

SOLUZIONE 4

1) Dalla misure $C - V$ abbiamo che $V_{TH} = 1$ V. Senza carica nell'ossido la tensione di soglia sarebbe (Φ_{MS} positiva):

$$\begin{aligned} \psi_B &= \frac{kT}{q} ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.347 \qquad \mathrm{V} \\ \Phi_{MS} &= V_T ln\left(\frac{N_V}{N_A}\right) = 0.18 \qquad \mathrm{V} \end{aligned}$$



$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \qquad \mathrm{F/m^2}$$

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 1.29 \qquad \mathrm{V}$$

La carica nell'ossido da dunque un contributo pari a:

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = 1 \qquad \mathrm{V}$$

$$\frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = 1.29 - 1 = 0.29 \qquad \mathrm{V}$$

$$Q_{ox} = C_{ox} \times 0.29 = 3.39 \times 10^{-4} \qquad \mathrm{C/m^2}$$

$$[N_{A^+}] = \frac{Q_{ox}}{q} = 2.11 \times 10^{15} \qquad \mathrm{Ioni/m^2}$$

2) Avremo:

$$V_{G1} = 12\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 4 \qquad \mathrm{V}$$

$$V_{G2} = 6 \qquad \mathrm{V}$$

Per il MOS 1 avremo (se è in saturazione):

$$\frac{V_s}{R_s} = \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W_1}{L_1}\left(V_G - V_S - V_T TH\right)^2 \tag{16}$$

Risolvendo rispetto a V_S avremo come soluzione accettabile $V_s = 0.96$ V. Quindi $I_{DS1} = I_{DS2} = 0.96/0.5 = 1.9$ mA. Avremo anche $V_{GS1} = 3.04$ V. Conseguentemente:

$$\left(V_{GS2} - V_{TH}\right)^2 = \frac{I_{DS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W_2}{L_2}} \tag{17}$$

da cui si ricava $V_{GS2} = 2.44$ V e $V_{S2} = V_{D1} = 6 - 2.44 = 3.56$V. Da cio' segue $V_{DS1} = 2.56$ V $> V_{GS1} - V_{TH} = 2$ V. Calcoliamo la corrente I_Z che scorre nello zener dall' equazione:

$$\begin{aligned} V_{CC} &= R_d I_{DS} + (R_d + R_G) I_Z + V_Z \\ I_Z &= \frac{V_{CC} - V_Z - R_d I_{DS}}{R_d + R_G} = 1.17 \quad \text{mA} \end{aligned}$$

e quindi la tensione di uscita V_u risulta $V_u = V_{D2} = 7.4$ V, da cui $V_{DS2} = 3.84$ V, e anche per $M2$ avremo $V_{DS2} > V_{GS2} - V_{TH} = 1.44$ V. Avremo dunque per $M1$:

$$\begin{aligned} I_{DS1} &= 1.9 \quad \text{mA} \\ V_{GS1} &= = 3.04 \quad \text{V} \\ V_{DS1} &= 2.56 \quad \text{V} \end{aligned}$$

e per $M2$

$$\begin{aligned} I_{DS2} &= 1.9 \quad \text{mA} \\ V_{GS2} &= = 2.44 \quad \text{V} \\ V_{DS2} &= 3.84 \quad \text{V} \end{aligned}$$

3) La minima tensione di uscita è quella che permette allo zener di essere polarizzato in zona zener. Al limite $V_u = 6$ V, per cui $I_Z = 0$.