PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 9 Gennaio 2016

ESERCIZIO 1

Si consideri un diodo pn con $W_n = W_p = 500$ μm, $N_A = N_D = 10^{15}$ cm^{-3}, $\tau_n = \tau_p = 1$ μs, $\mu_n = 1500$ cm^2/Vs, $\mu_p = 400$ cm^2/Vs, $S = 1$ mm^2. Il diodo è polarizzato con $V = 0.50$ V.

1) Determinare la corrente nel diodo, verificando la condizione di bassa iniezione. [3]

2) Determinare il campo elettrico per $x = 0$, $x = 10$ μm e $x = -10$ μm.[4]

3) Calcolare la caduta di tensione in serie alla giunzione, approssimando il campo elettrico costante e pari al valore in prossimità dei contatti (per $x = -500$ μm e $x = 500$ μm).[3]

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS polysilicon gate ($t_{ox} = 30$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3},$W = 5$ μm e $L = 5$ μm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs) è polarizzato con $V_{SBulk} = 1$ V.

1)Determinare la V_{GBulk} di inversione e la tensione di soglia V_{TH}.[2]

2) Per $V_{GS} = 5$ V e $V_{DS} = 0.1$ V determinare la corrente I_{DS}, il campo elettrico in direzione y, $\mathcal{E}_y$, la carica fissa e mobile nel canale e il campo elettrico in direzione x, $\mathcal{E}_x$, alla superficie del silicio.[4]

2) Per $V_{GS} = 5$ V e $V_{DS} = V_{DSSat}$ si ricavi una espressione del campo elettrico nell'ossido in direzione x, $\mathcal{E}_x(x, y)$, in funzione di $V(y)$. SUGGERIMENTO: si consideri la carica nel canale, che è funzione di y.[4]

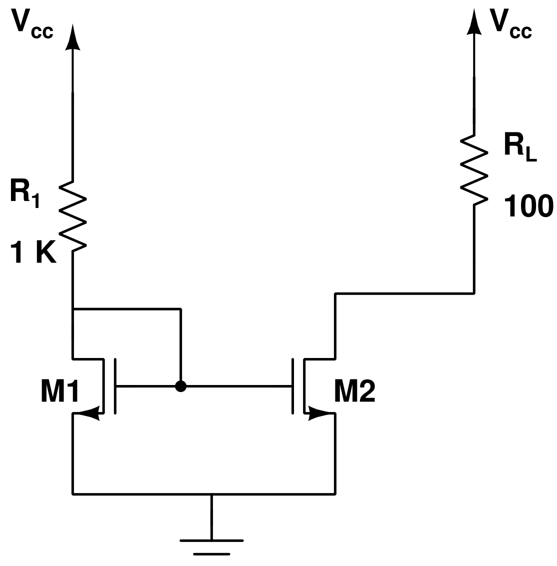
ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, $M1$ e $M2$ sono due transistori MOS con $t_{ox} = 30$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $W_1 = 6$ μm e$L_1 = 2$ μm, $V_{CC} = 12$ V.

1) Da misure $C - V$ Gate-Bulk, il minimo della capacità differenziale è risultato per una tensione pari 1 V. Determinare la tensione di soglia, C_{max} e C_{min}. [3]

2) Determinare W_2/L_2 in maniera tale che la corrente in R_L sia pari a 5 volte quella che scorre in R_1. Determinare il punto di riposo dei transistori. [4]

3) Determinare il massimo valore di R_L per cui il transistore $M2$ risulta correttamente polarizzato. [3]



ESERCIZIO 1

Si consideri un diodo pn con $W_n = W_p = 500$ μm, $N_A = N_D = 10^{15}$ cm^{-3}, $\tau_n = \tau_p = 1$ μs, $\mu_n = 1500$ cm^2/Vs, $\mu_p = 400$ cm^2/Vs, $S = 1$ mm^2. Il diodo è polarizzato con $V = 0.50$ V.

1) Determinare la corrente nel diodo, verificando la condizione di bassa iniezione. [3]

2) Determinare il campo elettrico per $x = 0$, $x = 10$ μm e $x = -10$ μm.[4]

3) Calcolare la caduta di tensione in serie alla giunzione, approssimando il campo elettrico costante e pari al valore in prossimità dei contatti (per $x = -500$ μm e $x = 500$ μm).[3]

SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i vari parametri:

$$D_n = \frac{kT}{q}\mu_n = 3.885 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s}$$
$$D_p = \frac{kT}{q}\mu_p = 1.036 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 62.3 \ \ \mu\text{m}$$
$$L_p = \sqrt{D_p \tau_n} = 32.19 \ \ \mu\text{m}$$

Quindi ricaviamo per la corrente del diodo:

$$I = qS\left(\frac{D_n}{L_n}\frac{n_i^2}{N_A} + \frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}\right)\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 0.8 \ \ \text{mA} \tag{1}$$

Per la bassa iniezione abbiamo ($N_A = N_D = N$):

$$\delta p(x_n) = \delta_n(-x_p) = \frac{n_i^2}{N}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 5.45 \times 10^{19} \ \ \text{m}^{-3} \tag{2}$$

e quindi, per le lacune minoritarie nella parte n:

$$\delta_p \ll N_D$$
$$\delta_p \gg \frac{n_i^2}{N_D}$$

Similmente per gli elettroni minoritari nella parte p.

$$\delta_n \ll N_A$$
$$\delta_n \gg \frac{n_i^2}{N_A}$$

2) Il campo elettrico sul piano della giunzione è quello relativo alla regione di svuotamento.

$$V_0 = V_T\, n\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right) = 0.575 \ \ \text{V}$$
$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A}\right)(V_0 - V)} = 0.44 \ \ \mu\text{m}$$
$$x_n = x_p = W/2$$
$$\mathcal{E} = \frac{qN_A}{\epsilon_s}\frac{W}{2} = 337 \ \ \text{kV/m}$$

Per il campo elettrico a 10 e -10 μm, dobbiamo considerare che la corrente totale nella regione quasi-neutra è data da (nella parte n):

$$I = I_{diff-p} + I_{diff-n} + I_{drift-n}$$
$$I_{drift-n} = q\mu_n n\mathcal{E} = I - I_{diff-p} - I_{diff_n}$$

Facendo qualche considerazione, otteniamo:

$$I_{drift-n} = I - qS(D_n - D_p)\frac{d\delta p(x)}{dx} \tag{3}$$

dove si è assunto che $\delta p(x) \approx \delta n(x)$. Quindi:

$$\mathcal{E} = \frac{I}{q\mu_n N_D} - \frac{qS(D_n - D_p)}{q\mu_n N_D}\frac{d\delta p(x)}{dx} \tag{4}$$

dove:

$$\delta p(x) = \frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)\ e^{-\frac{x}{L_p}} \tag{5}$$

Quindi:

$$\mathcal{E} = \frac{I}{q\mu_n N_D} + \frac{qS(D_n - D_p)}{L_p q\mu_n N_D}\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)\ e^{-\frac{x}{L_p}} \tag{6}$$

che per $x = 10$ μm da $\mathcal{E} = 7.4$ V/m. Possiamo ripetere le stesse considerazioni per $x = -10$ μm, tenendo conto che gli elettroni sono minoritari e le lacune maggioritarie, ottenendo:

$$\mathcal{E} = \frac{I}{q\mu_p N_A} + \frac{qS(D_n - D_p)}{L_n q\mu_p N_A}\frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)\ e^{\frac{x}{L_n}} \tag{7}$$

che per $x = -10$ μm da $\mathcal{E} = 17.8$ V/m.

3) Il campo elettrico per $x = -500$ μm è quello che determina corrente di drift delle lacune:

$$\begin{aligned} I &= qS\mu_p p\mathcal{E} \\ \mathcal{E} &= \frac{I}{qS\mu_p p} = \frac{I}{qS\mu_p N_A} = 125 \text{ V/m} \end{aligned}$$

Il campo elettrico per $x = 500$ μm è quello che determina corrente di drift degli elettroni:

$$\begin{aligned} I &= qS\mu_n n\mathcal{E} \\ \mathcal{E} &= \frac{I}{qS\mu_n n} = \frac{I}{qS\mu_n N_D} = 33 \text{ V/m} \end{aligned}$$

Quindi la caduta di tensione in serie alla giunzione risulta: $125\ 0.5 \times 10^{-3} + 33\ 0.5 \times 10^{-3} = 0.08$ V.

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS polysilicon gate ($t_{ox} = 30$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3},$W = 5$ μm e $L = 5$ μm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs) è polarizzato con $V_{SBulk} = 1$ V.

1)Determinare la V_{GBulk} di inversione e la tensione di soglia V_{TH}.[2]

2) Per $V_{GS} = 5$ V e $V_{DS} = 0.1$ V determinare la corrente I_{DS}, il campo elettrico in direzione y, $\mathcal{E}_y$, la carica fissa e mobile nel canale e il campo elettrico in direzione x, $\mathcal{E}_x$, alla superficie del silicio.[4]

2) Per $V_{GS} = 5$ V e $V_{DS} = V_{DSSat}$ si ricavi una espressione del campo elettrico nell'ossido in direzione x, $\mathcal{E}_x(x, y)$, in funzione di $V(y)$. SUGGERIMENTO: si consideri la carica nel canale, che è funzione di y.[4]

SOLUZIONE 2

1) La caduta di tensione nel silicio all'inversione (rispetto al bulk) è pari a . Quindi avremo:

$$\begin{aligned}
\psi_B &= V_T ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.347 \ \ \text{V} \\
\mid \Phi_{MS} \mid &= \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.887 \ \ \text{V} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \ \ \text{F/m} \\
V_{GB\ Inv} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \left(2\psi_B + V_{GBulk}\right)}}{C_{ox} + 2\psi_B + V_{GBulk} + \Phi_{MS} = 1.46 \ \ \text{V}}
\end{aligned}$$

e quindi la $V_{TH} = V_{GB\ Inv} - V_{SBulk} = 0.46$ V.

2) La corrente I_{DS} può essere calcolata direttamente come:

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(V_{GS} - V_{TH}\right) V_{DS} = 0.042 \ \ \text{mA} \tag{8}$$

Il campo elettrico in direzione y può essere assunto costante, poichè siamo in regime lineare:

$$\mathcal{E}_y = \frac{V_{DS}}{L} = 20000 \ \ \text{V/m} \tag{9}$$

La carica mobile nel canale è costante con y, ed è pari a (in valore assoluto):

$$Q_n = C_{ox} \left(V_{GS} - V_{TH}\right) = 5.22 \times 10^{-3} \ \ \text{C/m}^2 \tag{10}$$

La carica fissa è quella dovuta alla regione di svuotamento, legata alla caduta nel silicio che può essere approssimata con $2\psi_B + V_{GBulk}$:

$$Q_W = \sqrt{2\epsilon_s q N_A \left(2\psi_B + V_{GBulk}\right)} = 7.56 \times 10^{-4} \quad \mathrm{C/m^2} \tag{11}$$

Il campo elettrico alla superficie del silicio può essere calcolato con il teorema di Gauss, assumendo trascurabile il campo in direzione y. Otteniamo (vedi dispensa):

$$\mathcal{E}_x(x,y) = \frac{Q_n + Q_W}{\epsilon_s} = 56.72 \quad \mathrm{MV/m} \tag{12}$$

Quindi è molto elevato (MegaVolt/m) rispetto a quello in direzione y.

3) Se la carica nel canale (cioè nel silicio) varia con y, come nel caso del transistore in saturazione, il campo elettrico nell'ossido è costante con x, per $-t_{ox} < x < 0$, ma varia con y, poichè:

$$\mathcal{E}_x(x,y) = \frac{Q_{Si}(y)}{\epsilon_{ox}} \tag{13}$$

La carica nel silicio si può trovare come:

$$Q_{Si}(y) = Q_W + C_{ox}(V_{GS} - V_{TH} - V(y)) \tag{14}$$

dove $Q_W = \sqrt{2\epsilon_s q N_A \left(2\psi_B + V_{SBulk}\right)}$. Quindi:

$$\mathcal{E}_x(x,y) = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \left(2\psi_B + V_{SBulk}\right)} + C_{ox}(V_{GS} - V_{TH} - V(y))}{\epsilon_{ox}} \tag{15}$$

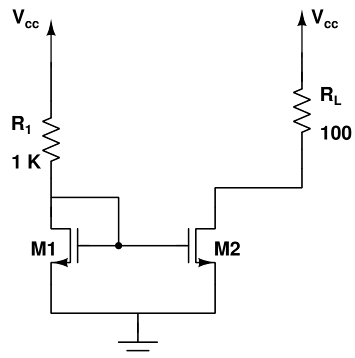
ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, $M1$ e $M2$ sono due transistori MOS con $t_{ox} = 30$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $W_1 = 6$ μm e$L_1 = 2$ μm, $V_{CC} = 12$ V.

1) Da misure $C - V$ il minimo della capacità differenziale è risultato 1 V. Determinare la tensione di soglia, C_{max} e C_{min}. [3]

2) Determinare W_2/L_2 in maniera tale che la corrente in R_L sia pari a 5 volte quella che scorre in R_1. Determinare il punto di riposo dei transistori. [4]

3) Determinare il massimo valore di R_L per cui il transistore $M2$ risulta correttamente polarizzato. [3]



SOLUZIONE 3

1) Il minimo della curva CV corrisponde alla tensione di soglia, quindi $V_{TH} = 1$ V. Avremo che $C_{max} = C_{ox}\ WL = WL\ \epsilon_{ox}/t_{ox} = 1.38 \times 10^{-14}$ F. Il valore minimo della capacità (per unità di superficie) è dato da:

$$C_{min} = \frac{C_{ox}C_{Si}}{C_{ox} + C_{Si}} WL \tag{16}$$

dove $C_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox} = 1.15 \times 10^{-3}$ F/m^2, $C_{Si} = \frac{\epsilon_s}{W(2\psi_B}$. Quindi:

$$\begin{aligned}
\psi_B &= V_T ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.347 \ \ \text{V} \\
W(2\psi_B) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}2\psi_B} = 0.302 \ \ \mu\text{m} \\
C_{Si} &= \frac{\epsilon_s}{W(2\psi_B)} = 3.49 \times 10^{-4}\ \text{F/m}^2
\end{aligned}$$

Quindi:

$$C_{min} = \frac{C_{ox}C_{Si}}{C_{ox} + C_{Si}} WL = 2.67 \times 10^{-4} WL = 3.21 \times 10^{-15} \ \ \text{F} \tag{17}$$

2) Il transistore 1 è sicuramente in saturazione, poichè $V_{DS} = V_{GS} > V_{GS} - V_{TH}$. Avremo:

$$I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W_1}{L_1}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2$$

$$
\begin{aligned}
V_{GS} &= V_{DS} = V_{CC} - R_1 I_{DS} \\
I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2} \frac{W_1}{L_1} \left(V_{CC} - R_1 I_{DS} - V_{TH}\right)^2
\end{aligned}
$$

Dall'ultima equazione otteniamo, come soluzione accettabile, $I_{DS} = 5$ mA. Poichè la V_{GS} di $M2$ è uguale a V_{GS} di $M1$, avremo che per avere una corrente 5 volte maggiore $W_2/L_2 = 5W_1/L_1$. Avremo $V_{DS1} = V_{GS1} = V_{CC} - R_1 I_{DS1} = 7$ V, e $V_{DS2} = V_{CC} - R_L I_{DS2} = 9.5$ V.

3) Per far rimanere il transistore $M2$ in saturazione, dovremo avere $V_{DS2} > V_{GS} - V_{TH}$. Poich'é $V_{GS} = 7$ V, $V_{GS} - V_{TH} = 6$ V, avremo che $V_{CC} - R_L I_{DS2} > 6$ V, quindi $R_L < (V_{CC} - 6)/I_{DS2} = 240\ \Omega$.