PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 28 giugno 2023

ESERCIZIO 1

Si consideri un transistore n-MOS polysilicon gate, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $W = 20$ μm, $L = 0.5$ μm, campo elettrico critico $\mathcal{E}_C = 10^6$ V/m. Viene polarizzato con $V_{GS} = 2$ V e $V_{DS} = 3$ V.

1) Determinare la corrente I_{DS} e i parametri differenziali per il circuito equivalente alle variazioni. [3]

2) Determinare il tempo di transito nel canale secondo la definizione, e determinare la sua relazione con la velocità di saturazione. [3]

3) Determinare la frequenza (o la pulsazione) di taglio. [4]

ESERCIZIO 2

Si consideri una giunzione pn con $N_A = 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.03$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-5}$ s, $W_n = 500$ μm, $W_p = 5$ μm, S=1 mm^2. Ai fini dell'esercizio, si considerino le mobilità e i tempi di vita dei portatori indipendenti dalla temperatura. Il diodo è polarizzato con $V = 0.5$ V.

1) Una volta determinata la corrente nel diodo e la resistenza differenziale, calcolare le capacità parassite. [3]

2) Determinare la corrente nel diodo e la resistenza differenziale per $T = 400$ K. [3]

3) Calcolare n_i e determinare la corrente e la resistenza differenziale per $T = 900$ K. [4]

ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare n^+pn ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\tau_n = 2$ μs, S=1 mm^2) è polarizzato con $V_{CE} = 5$ V. Viene imposta $I_B = 10$ μA, e viene misurata una $I_C = 5$ mA.

1) Per $N_{DC} = 10^{15}$ cm^{-3} determinare le tensioni V_{BE} e V_{CB}, nonché la lunghezza metallurgica della base. [3]

2) Determinare la corrente I_C e la tensione di base per $V_{CE} = 8$ V, e calcolare la resistenza di uscita ad emettitore comune, dovuta all'inclinazione della caratteristica. [3]

3) Si consideri lo stesso transistore (stessa lunghezza metallurgica e drogaggio di base) ma n^+pn^+ ($I_B = 10$ μA). Calcolare la resistenza di uscita $\frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C}$ e confrontarla con quella calcolata nel punto 2. Perché sono diverse? [4]

ESERCIZIO 1

Si consideri un transistore n-MOS polysilicon gate, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $W = 20$ μm, $L = 0.5$ μm, campo elettrico critico $\mathcal{E}_C = 10^6$ V/m. Viene polarizzato con $V_{GS} = 2$ V e $V_{DS} = 3$ V.

1) Determinare la corrente I_{DS} e i parametri differenziali per il circuito equivalente alle variazioni. [3]

2) Determinare il tempo di transito nel canale secondo la definizione, e determinare la sua relazione con la velocità di saturazione. [3]

3) Determinare la frequenza (o la pulsazione) di taglio. [4]

SOLUZIONE 1

1) Verifichiamo che per $V_{DS} = 3$ V siamo alla saturazione della velocità:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{V_{DS}}{L} = 6 \times 10^6 \quad \text{V/m} \\ \mathcal{E} &> \mathcal{E}_{\mathcal{C}} \end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned} C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{C_{ox}} = 1.151 \times 10^{-3} \quad \text{C/m}^2 \\ \psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \\ \Phi_{MS} &= -\frac{E_G}{2q} - \psi_B = -0.887 \quad \text{V} \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.227 \quad \text{V} \\ I_{DS} &= \mu_n \mathcal{E}_{\mathcal{C}} C_{ox} W \left(V_{GS} - V_{TH}\right) \mathcal{E}_{\mathcal{C}} = 4.1 \quad \text{mA} \end{aligned}$$

I parametri differenziali sono il g_m e le capacità C_{GS} e C_{GD}, ricordando che per quanto riguarda la carica il transistore si comporta come in zona lineare (vedi dispensa):

$$\begin{aligned} g_m &= \mu_n \mathcal{E}_{\mathcal{C}} C_{ox} W = 2.3 \times 10^{-3} \quad \text{A/V} \\ C_{GS} &= C_{GD} = \frac{C_{ox}}{2} W L = 5.75 \times 10^{-5} \quad \text{F} \end{aligned}$$

La resistenza r_d è pari a ∞, almeno secondo il semplice modello considerato a lezione.

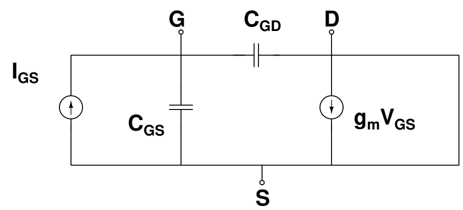
2) Il tempo di transito, per definizione, si calcola come:

$$I_{DS} = \frac{Q_{can}}{\tau_t}$$

$$
\begin{aligned}
Q_{can} &= C_{ox}\left(V_{GS}-V_{TH}\right)WL \\
\tau_t &= \frac{Q_{can}}{I_{DS}} = \frac{C_{ox}\left(V_{GS}-V_{TH}\right)WL}{\mu_n \mathcal{E}_{\mathcal{C}} C_{ox} W \left(V_{GS}-V_{TH}\right)} \\
\tau_t &= \frac{L}{\mu_n \mathcal{E}_{\mathcal{C}}} = 5 \ \ \text{ps}
\end{aligned}
$$

Questo tempo coincide proprio con il tempo che impiega una carica per andare dal Source al Drain con la velocità di saturazione $L/v_{sat} = L/\mu_n \mathcal{E}_C$.

3) Per il calcolo della frequenza di taglio, bisogna considerare il circuito seguente. Si tratta di calcolare la corrente $I_{DS}(j\omega)$ di corto circuito in funzione della $I_{GS}(j\omega)$.



Scrivendo le relazioni circuitali e risolvendo i passaggi otteniamo:

$$
I_{DS}(j\omega) = \frac{-g_m + j\omega C_{GS}}{j\omega\left(C_{GS}+C_{GD}\right)} I_{GS}(j\omega) \tag{1}
$$

La pulsazione di taglio ω_t è, per definizione, quella che da un guadagno in corrente unitario (in modulo):

$$
\begin{aligned}
I_{DS}(j\omega_t) &= I_{GS}(j\omega_t) \\
\left| \frac{-g_m + j\omega C_{GS}}{j\omega\left(C_{GS}+C_{GD}\right)} \right| &= 1 \\
\omega_t &= \frac{g_m}{C_{GS}} \\
\omega_t &= \frac{\mu_n \mathcal{E}_C}{\frac{L}{2}} = \frac{2}{\tau_t}
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 2

Si consideri una giunzione *pn* con $N_A = 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.03$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-5}$ s, $W_n = 500$ μm, $W_p = 5$ μm, S=1 mm^2. Ai fini dell'esercizio, si considerino le mobilità e i tempi di vita dei portatori indipendenti dalla temperatura. Il diodo è polarizzato con $V = 0.5$ V.

1) Una volta determinata la corrente nel diodo e la resistenza differenziale, calcolare le capacità parassite. [3]

2) Determinare la corrente nel diodo e la resistenza differenziale per $T = 400$ K. [3]

3) Calcolare n_i e determinare la corrente e la resistenza differenziale per $T = 900$ K. [4]

SOLUZIONE 2

1) La base n è lunga, mentre la base p è corta. Avremo:

$$\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \quad \mathrm{m^2/s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 161 \quad \mu\mathrm{m} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 0.775 \times 10^{-3} \quad \mathrm{m^2/s} \\
L_p &= \sqrt{D_n \tau_p} = 88 \quad \mu\mathrm{m}
\end{aligned}$$

Per il calcolo della corrente si può trascurare la regione di svuotamento:

$$\begin{aligned}
I_0 &= I_{0p} + I_{0n} = qS\frac{D_n}{W_p}\frac{n_i^2}{N_A} + qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D} = 1.86 \times 10^{-11} + 3.17 \times 10^{-14} = 1.86 \times 10^{-11} \quad \mathrm{A} \\
I &= I_0\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 4.67 \quad \mathrm{mA}
\end{aligned}$$

La resistenza differenziale si calcola come $r_d = V_T/I = 5.53\ \Omega$. Le capacità parassite sono dovute alla regione di svuotamento:

$$\begin{aligned}
V_0 &= \frac{kT}{q}\ln\frac{N_D N_A}{n_i^2} = 0.634 \quad \mathrm{V} \\
W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)(V_0 - V)} = 1.39 \quad \mu\mathrm{m} \\
C_W &= \frac{\epsilon_s}{W}S = 76 \quad \mathrm{pF}
\end{aligned}$$

Per quanto riguarda la capacità dovuta alla diffusione, possiamo trascurare quella dovuta all'iniezione degli elettroni nella base p corta. Ci sono molti modi per determinare la capacità dovuta alla diffusione delle lacune nella parte n, uno di questi consiste nel calcolare la resistenza differenziale dovuta a I_{0p}:

$$\begin{aligned}
r_p &= \frac{V_T}{I_{0p}e^{\frac{V}{V_T}}} = 3244 \quad \Omega \\
C_{diff} &= \frac{\tau_n}{r_p} = 3.1 \quad \mathrm{nF}
\end{aligned}$$

2) Basta calcolare tutti i parametri ad una temperatura di 500 K:

$$N_C(400) = N_C(300)\left(\frac{400}{300}\right)^{1.5} = 4 \times 10^{19} \quad \mathrm{cm^{-3}}$$

$$
\begin{aligned}
N_V(400) &= N_V(300)\left(\frac{400}{300}\right)^{1.5} = 1.5\times 10^{19} \quad \mathrm{cm}^{-3} \\
kT(400) &= kT(300)\frac{400}{300} = 0.0344 \quad \mathrm{eV} \\
n_i(400) &= \sqrt{N_C(400)N_V(400)}e^{-\frac{E_g}{2kT}} = 3.84\times 10^{12} \quad \mathrm{cm}^{-3} \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 3.44\times 10^{-3} \quad \mathrm{m}^2/\mathrm{s} \\
L_n &= \sqrt{D_n\tau_n} = 185 \quad \mu\mathrm{m} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.03\times 10^{-3} \quad \mathrm{m}^2/\mathrm{s} \\
L_p &= \sqrt{D_n\tau_p} = 101 \quad \mu\mathrm{m} \\
I_0 &= qS\frac{D_n}{W_p}\frac{n_i^2}{N_A} + qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D} = 1.62\times 10^{-6} \quad \mathrm{A} \\
I &= 3.34 \quad \mathrm{A}
\end{aligned}
$$

Viene molto elevata, come potevamo aspettarci dal momento che trascuriamo le resistenze serie dovute alle basi del diodo. Avremo $r_d = V_T/I = 10$ mΩ.

3) Calcoliamo la concentrazione intrinseca:

$$
\begin{aligned}
N_C(900) &= N_C(300)\left(\frac{900}{300}\right)^{1.5} = 1.35\times 10^{20} \quad \mathrm{cm}^{-3} \\
N_V(900) &= N_V(300)\left(\frac{900}{300}\right)^{1.5} = 5.19\times 10^{19} \quad \mathrm{cm}^{-3} \\
kT(900) &= kT(300)\frac{900}{300} = 0.0775 \quad \mathrm{eV} \\
n_i(900) &= \sqrt{N_C(900)N_V(900)}e^{-\frac{E_g}{2kT}} = 2.49\times 10^{17} \quad \mathrm{cm}^{-3}
\end{aligned}
$$

Quindi il silicio è intrinseco, poiché $n_i > N_A$ e $n_i > N_D$ e il dispositivo si comporta come un resistore di silicio intrinseco con $L = 505$ μm e $S = 1$ mm^2. Avremo:

$$
\begin{aligned}
\sigma &= (q\mu_n + q\mu_p)n_i = 5.18\times 10^{3} \quad \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1} \\
R &= \frac{1}{\sigma}\frac{L}{S} = 0.097 \quad \Omega
\end{aligned}
$$

La resistenza e la resistenza differenziale coincidono, e $I = V/R = 5$ A.

ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare n^+pn ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\tau_n = 2$ μs, S=1 mm^2) è polarizzato con $V_{CE} = 5$ V. Viene imposta $I_B = 10$ μA, e viene misurata una $I_C = 5$ mA.

1) Per $N_{DC} = 10^{15}$ cm^{-3} determinare le tensioni V_{BE} e V_{CB}, nonché la lunghezza metallurgica della base. [3]

2) Determinare la corrente I_C e la tensione di base per $V_{CE} = 8$ V, e calcolare la resistenza di uscita ad emettitore comune, dovuta all'inclinazione della caratteristica. [3]

3) Si consideri lo stesso transistore (stessa lunghezza metallurgica e drogaggio di base) ma n^+pn^+ ($I_B = 10$ μA). Calcolare la resistenza di uscita $\frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C}$ e confrontarla con quella calcolata nel punto 2. Perché sono diverse? [4]

SOLUZIONE 3

1) Calcoliamo la W_{eff} dal β_f e da questo V_{BE} e V_{CB}, e quindi la lunghezza metallurgica della base:

$$
\begin{aligned}
\beta_f &= \frac{I_C}{I_B} = 500 \\
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} \\
\tau_t &= \frac{\tau_n}{\beta_f} = 4 \quad \text{ns} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \\
W_{eff} &= \sqrt{\tau_t 2D_n} = 4.5 \quad \mu\text{m} \\
I_B &= \frac{Q}{\tau_n} = \frac{1}{\tau_n} qS\delta n(0)\frac{W}{2} \\
\delta n(0) &= \frac{2I_B\tau_n}{qSW} = 5.5 \times 10^{19} \quad \text{m}^{-3} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_{Abase}}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) \\
V_{BE} &= 0.56 \quad \text{V} \\
V_{CB} &= V_{CE} - V_{BE} = 4.44 \quad \text{V} \\
V_{0BC} &= V_T \ln\frac{N_{Ab}N_{Dc}}{n_i^2} = 0.633 \quad \text{V} \\
W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_{Ab}} + \frac{1}{N_{Dc}}\right)(V_0 + V_{CB})} = 2.5 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x_{BC} &= W_{BC}\frac{N_{Dc}}{N_{Ab}+N_{Dc}} = 0.25 \quad \mu\text{m} \\
W_{met} &= 4.5 + 0.25 = 4.75 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

2) Per il calcolo della W_{eff} possiamo considerare la V_{BE} del punto precedente, la variazione sarà comunque piccola e non si risente nel calcolo della regione di svuotamento base-collettore:

$$
\begin{aligned}
V_{CB} &= V_{CE} - V_{BE} = 7.44 \quad \text{V} \\
W_{CB} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_{Ab}} + \frac{1}{N_{Dc}}\right)(V_0 + V_{CB})} = 3.41 \quad \mu\text{m} \\
x_{BC} &= W_{BC}\frac{N_{Dc}}{N_{Ab}+N_{Dc}} = 0.4 \quad \mu\text{m} \\
W_{eff} &= W_{met} - x_{BC} = 4.35 \quad \mu\text{m} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} = 3.7 \quad \text{ns} \\
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = 540 \\
I_C &= \beta_f I_B = 5.4 \quad \text{mA} \\
I_B &= qS\frac{W}{2\tau_n}\delta n(0) \\
\delta n(0) &= \frac{2\tau_n I_B}{qSW} = 5.7 \times 10^{19} \quad \text{m}^{-3} \\
V_{BE} &= V_T \ln \frac{\delta n(0)}{\frac{n_i^2}{N_A}} = 0.56 \quad \text{V}
\end{aligned}
$$

Quindi V_{BE} cambia oltre la seconda cifra decimale. La resistenza di uscita risulta:

$$
r_d = \frac{V_{CE1} - V_{CE2}}{I_{C1} - I_{C2}} = \frac{8-5}{5.4 \times 10^{-3} - 5 \times 10^{-3}} = 7500 \quad \Omega \tag{2}
$$

Si calcola la W_{eff}, quindi la V_{CB}, il β_f e la corrente $I_C(V_{CE} = 8)$:

3) Ripetiamo i calcoli con $V_{CE} = 5$ V e $V_{CE} = 8$ V, assumendo $V_{BE} = 0.56$ V:

$$
\begin{aligned}
V_{0BC} &= V_T \ln \frac{N_{AB}N_{DC}}{n_i^2} = 0.87 \quad \text{V} \\
V_{CB} &= 5 - 0.56 = 4.44 \quad \text{V} \\
W_{BC} &= x_{BC} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{aN_{AB}}(V_0 + V_{CB})} = 0.835 \quad \mu\text{m} \\
W_{eff} &= 4.75 - 0.835 = 3.9 \quad \mu\text{m} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} = 2.9 \quad \text{ns}
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = 680 \\
I_C &= \beta_f I_B = 6.8 \ \ \text{mA}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{CB} &= 8 - 0.56 = 7.44 \ \ \text{V} \\
W_{BC} &= x_{BC} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{aN_{AB}}\left(V_0 + V_{CB}\right)} = 1.04 \ \ \mu\text{m} \\
W_{eff} &= 4.75 - 0.835 = 3.7 \ \ \mu\text{m} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} = 2.6 \ \ \text{ns} \\
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = 755 \\
I_C &= \beta_f I_B = 7.55 \ \ \text{mA}
\end{aligned}$$

La resistenza di uscita risulta:

$$r_d = \frac{V_{CE1} - V_{CE2}}{I_{C1} - I_{C2}} = \frac{8 - 5}{7.55 \times 10^{-3} - 6.8 \times 10^{-3}} = 3984 \ \ \Omega \tag{3}$$

Risulta quindi più bassa del caso precedente (peggiore), poiché la regione di svuotamento base-collettore penetra di più nella base e quindi l'effetto di modulazione della base ha più effetto.