

Prova scritta del 12/01/06

ESERCIZIO 1 ( $\mu$ E I e DTE)

In un BJT intrinseco  $p^+np^+$  ( $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ) il profilo dei minoritari nella base è dato dall'espressione

$$\delta p(x) = \delta p(0) \left(1 - \frac{ax}{W}\right)$$

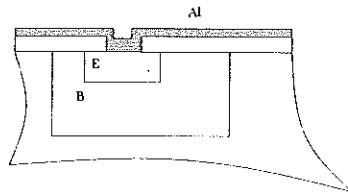
con  $\delta p(0) = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ,  $a = 0.99$ .  $S = 50 \times 50 \text{ }\mu\text{m}^2$ ,  $\tau_h = 10^{-5} \text{ s}$ ,  $\mu_h = 500 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ ,  $W = 2 \text{ }\mu\text{m}$ .

- 1) Calcolare  $I_E$ ,  $I_C$  e  $I_B$  in valore e segno.
- 2) Calcolare il tempo di transito.
- 3) Esprimere  $a$  in funzione di  $V_{CE}$ .

ESERCIZIO 2 ( $\mu$ E I e DTE)

In un  $npn$  integrato all'equilibrio si ha la situazione illustrata dalla figura, che riguarda la giunzione EB. Si considerino i drogaggi costanti:  $N_D = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 0.03 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\Phi_{MA1} = 4.5 \text{ eV}$ . Si calcoli la ddp di contatto della giunzione  $n^+p$  per  $x = 0$  e se ne disegni la struttura a bande in funzione di  $y$  (zona evidenziata in figura).

Suggerimento: si immaginino inizialmente separati E e B.



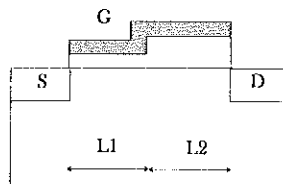
ESERCIZIO 3 ( $\mu$ E I e DTE)

Un transistor MOS (polysilicon gate) ha la struttura della figura; sub  $p$  ( $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ). L'ossido ha uno spessore di 40 nm nel tratto  $L_1 = 1 \text{ }\mu\text{m}$  e 80 nm nel tratto  $L_2 = 1 \text{ }\mu\text{m}$  ( $W = 1 \text{ }\mu\text{m}$ ). Si considerino le approssimazioni usualmente impiegate nei transistori MOS.

- 1) Determinare la resistenza di canale per  $V_{GS} = 3 \text{ V}$  e per piccole  $V_{DS}$ .

Si assuma, come ipotesi semplificativa, che la ripartizione della  $V_{DS}$  nelle due zone nel canale sia indipendente da  $V_{GS}$  e da  $V_{DS}$ , e sia pari a quella determinabile nel punto 1.

- 2) Determinare l'espressione della caratteristica  $I_{DS}, V_{DS}$  per tensioni  $V_{DS}$  minori della saturazione. Si discuta l'ipotesi semplificativa assunta.



## SOLUZIONE 1

$$1) |I_E| = |I_C| = -qSD_h \frac{d}{dx} \delta p(x) = qSD_h \delta p(0) \frac{a}{W} = 1.6 \times 10^{-19} \\ \times 2.5 \times 10^{-9} \times 0.026 \times 500 \times 10^{-4} \times 10^{18} \times \frac{0.99}{2 \times 10^{-6}} = \\ 2.57 \times 10^{-7} \text{ A}; I_E > 0, I_C < 0.$$

Nell'approssimazione di profilo lineare  $I_B$  deve essere calcolata con il modello del controllo di carica

$$I_B = -\frac{Q_B}{\tau_h} = -\frac{q(\delta p(0) + \delta p(W))WS}{2\tau_h} =$$

$$\frac{1.6 \times 10^{-19} \times (10^{18} + 10^{18} \times (1 - 0.99)) \times 2 \times 10^{-6} \times 2.5 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-5}} = -4.04 \times 10^{-11} \text{ A.}$$

2) Anche la giunzione CB è polarizzata direttamente e quindi la corrente di collettore è data da

$$I_C = -\frac{1}{\tau_t} (Q_F - Q_R) + \frac{Q_R}{\tau_h}$$

da cui

$$\tau_t = -\frac{(Q_F - Q_R)}{\left(I_C - \frac{Q_R}{\tau_h}\right)}$$

trascurando  $Q_R$

$$\tau_t \simeq -\frac{Q_F}{I_C} = -\frac{q\delta p(0)SW}{2I_C} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{18} \times 2 \times 10^{-6} \times 2.5 \times 10^{-9}}{2 \times 2.57 \times 10^{-7}} = 1.5 \times 10^{-9} \text{ s.}$$

3)

$$\delta p(W) = \delta p(0) (1 - a)$$

$$a = 1 - \frac{\delta p(W)}{\delta p(0)} = 1 - \frac{\left(e^{\frac{V_{CB}}{V_T}} - 1\right)}{\left(e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} - 1\right)} \simeq 1 - e^{\frac{V_{CB}}{V_T}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = 1 - e^{\frac{V_{CE}}{V_T}}$$

## SOLUZIONE 2

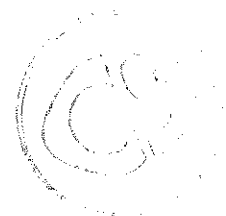
Sia la zona  $n^+$  che quella  $p$  sono interessate da una  $V_{FB}$  (tensione di banda piatta) dovuta alla struttura MOS costituita dalla metal e dall'ossido. Si tratta quindi di calcolare il piegamento risultante delle bande  $\Psi_s$  per  $x = 0$ , indipendentemente per l' $n^+$  ed il  $p$ , e poi allineare i livelli di Fermi.

$n^+$  :

$$0 = -\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D \Psi_s}}{C_{ox}} + \Psi_s + \Phi_{MS}$$

$$0 = -\frac{\sqrt{2 \times 11.8 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{26}}}{3.9 \times 8.85 \times 10^{-12}} \times 3 \times 10^{-8} \times \sqrt{\Psi_s} - \Psi_s + 0.5$$

$$-50.25 \times \sqrt{\Psi_s} - \Psi_s + 0.5 = 0$$



che ha per soluzioni  $\Psi_s = 2526.1$ ,  $\Psi_s = 9.89 \times 10^{-5}$ ; la prima va ovviamente scartata, mentre la prima ci dice che il piegamento delle bande nell' $n^+$  è inessenziale, come c'era da aspettarsi.

$p$ :

$$0 = \frac{\sqrt{2 \times 11.8 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{22}}}{3.9 \times 8.85 \times 10^{-12}} \times 3 \times 10^{-8} \times \sqrt{\Psi_s} + \Psi_s + \Phi_{MS}$$

$$0 = 0.502\sqrt{\Psi_s} + \Psi_s + \left(4.5 - \left(4.0 + 1.08 - \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_V}{N_A}\right)\right)\right)$$

$$0 = 0.502\sqrt{\Psi_s} + \Psi_s - 0.40$$

con soluzioni  $\Psi_s = 0.868$  e  $\Psi_s = 0.184$ ; la prima va scartata perché  $\Psi_s$  non può essere maggiore di  $V_{FB}$ .

Nel caso della zona  $p$  le bande si piegano verso il basso ( $\Phi_M < \Phi_{Si}$ ) per cui avremo, nella zona evidenziata e prima del contatto,

$$E_F - E_V = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_V}{N_A}\right) + \Psi_s = 0.026 \times \ln \left(\frac{10^{19}}{10^{16}}\right) + 0.184 = 0.364;$$

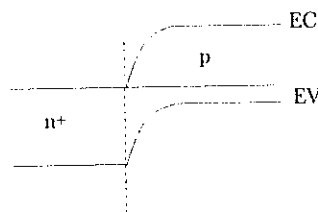
allineando poi i livelli di Fermi in  $x = 0$  si ottiene per la ddp di contatto

$$V_0 = E_g - (E_F - E_V) = 1.08 - 0.364 = 0.716 \text{ V};$$

lontano dalla superficie avremmo avuto

$$V_0 = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) = 0.026 \times \ln \left(\frac{10^{36}}{2.25 \times 10^{20}}\right) = 0.937 \text{ V}.$$

Per quanto riguarda la struttura a bande



### SOLUZIONE 3

1) La struttura si presenta come due transistori MOS con diverso spessore di ossido, posti in serie. La resistenza di canale sarà semplicemente la somma delle due resistenze. Calcoliamo le tensioni di soglia delle due strutture MOS (il gate è in polisilicio di tipo  $n^+$ ).

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.329 \text{ V}$$

$$|\Phi_{MS}| = \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.869 \text{ V}$$

$$C_{ox1} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox1}} = 8.632 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2$$

$$C_{ox2} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox2}} = 4.316 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2$$

$$V_{T1} = \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si}qN_A}2\psi_B}{C_{ox1}} + 2\psi_B - |\Phi_{MS}| = 0.175 \text{ V}$$

$$V_{T2} = 0.561 \text{ V}$$

A questo punto la conduttanza dei due tratti del canale si può calcolare come:

$$G_1 = \mu_n C_{ox1} \frac{W}{L_1} (V_{GS} - V_{T1}) = 1.95 \times 10^{-4}$$

$$R_1 = 5126 \Omega$$

$$G_2 = \mu_n C_{ox2} \frac{W}{L_2} (V_{GS} - V_{T2}) = 8.42 \times 10^{-5} \text{ S}$$

$$R_2 = 11874 \Omega$$

Da cui la resistenza totale del canale:

$$R = R_1 + R_2 = 17000 \Omega$$

2) Indichiamo con A il punto dove si verifica il cambio dello spessore dell'ossido. Per calcolare  $I_{DS}$  in funzione della  $V_{DS}$  possiamo fare tutti i ragionamenti e le approssimazioni usuali, ottenendo:

$$\int_0^{V_{DS}} W \mu_n Q_n(y) dV = I_{DS} (L_1 + L_2)$$

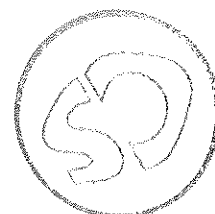
L' integrale può essere diviso in due parti:

$$\int_0^{V_A} W \mu_n Q_n(y) dV + \int_{V_A}^{V_{DS}} W \mu_n Q_n(y) dV = I_{DS} (L_1 + L_2)$$

Secondo l'ipotesi semplificativa suggerita dal testo,  $V_A = V_{DS} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0.3V_{DS}$ . Questo ci consente di risolvere i due integrali in maniera semplice, ottenendo:

$$W \mu_n C_{ox1} \left( (V_{GS} - V_{T1}) 0.3V_{DS} - \frac{(0.3V_{DS})^2}{2} \right) + W \mu_n C_{ox2} \left( (V_{GS} - V_{T2}) 0.7V_{DS} - \frac{(0.7V_{DS})^2}{2} \right) = I_{DS} (L_1 + L_2)$$

L'ipotesi assunta è molto semplificativa, poiché la tensione del punto A dipende sia da  $V_{GS}$  che da  $V_{DS}$  in maniera non lineare: non è quindi di facile ed immediata valutazione.



Prova scritta del 27/01/06

ESERCIZIO 1 ( $\mu$ E I e DTE)

Si consideri una struttura MOS ideale su un substrato di Si intrinseco.

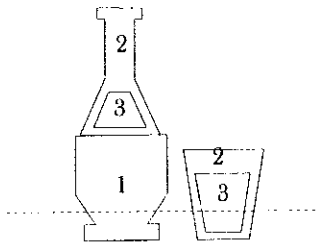
1) Risolvere l'equazione di Poisson, con la stessa procedura usata nel caso di substrato  $p$ , per trovare l'andamento di  $Q_s$ , carica per unità di superficie, in funzione di  $\Psi_s$ , caduta di tensione nel Si.

2) Si determini il valore di  $\Psi_s$  per il quale  $Q_s$  vale  $-1.33 \times 10^{-1} \text{ C/m}^2$ .

3) Quanto vale in questo caso  $R_{\square}$ ?

ESERCIZIO 2 (DTE)

Su un wafer di Si viene cresciuto uno strato di ossido wet ( $T = 1100 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t = 1 \text{ h}$ ,  $A = 0.175 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $B = 0.521 \text{ } \mu\text{m}^2/\text{h}$ ). Per il successivo attacco dell'ossido viene utilizzata una soluzione di HF che ha una velocità di  $0.1 \text{ } \mu\text{m}/\text{min}$ . Vengono usate in sequenza le maschere seguenti:



mask 1: tempo di attacco 60"; mask 2: 90".

1) Utilizzando la carta dei colori allegata stabilire i colori della figura. Determinare poi il tempo di attacco in modo che i trapezi risultino di colore rosso;

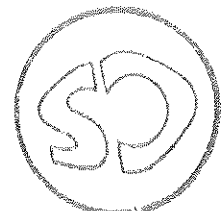
2) disegnare la sezione del wafer secondo la linea tratteggiata in modo che chi la osserva capisca che è stato usato un attacco isotropo.

ESERCIZIO 3 ( $\mu$ E I e DTE)

Un transistor bipolare  $n^+pn$  ( $N_{Abase} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{Dcollettore} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $W_{METALLURGICA} = 5 \text{ } \mu\text{m}$ , in base  $\tau_n = 10^{-7} \text{ s}$ ,  $\mu_n = 1000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ , sezione  $1 \text{ mm}^2$ ) è polarizzato con una tensione  $V_{CE} = 5 \text{ V}$ .

1) Per  $I_B = 0$  si determinino le cadute di tensione sulle giunzioni e la corrente di collettore.

2) Per  $V_{BE} = 0 \text{ V}$  (base ed emettitore cortocircuitati) si determini la corrente di base.



## SOLUZIONE 1

1) Non essendoci cariche fisse il Si si troverà in accumulazione di elettroni o di lacune a seconda del segno di  $\Psi$ ;

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{d\Psi} \left( \frac{d\Psi}{dx} \right)^2 = \frac{q}{\varepsilon_s} (n(x) - p(x))$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{d\Psi} \left( \frac{d\Psi}{dx} \right)^2 = \frac{q}{\varepsilon_s} (n_i e^{\beta\Psi(x)} - n_i e^{-\beta\Psi(x)}) = \frac{qn_i}{\varepsilon_s} (e^{\beta\Psi(x)} - e^{-\beta\Psi(x)});$$

integrando

$$\left( \frac{d\Psi}{dx} \right)^2 = \frac{2qn_i}{\beta\varepsilon_s} (e^{\beta\Psi(x)} + e^{-\beta\Psi(x)}) + C$$

con la condizione al contorno  $\frac{d\Psi}{dx} = 0$  per  $\Psi = 0$ .

$$\left( \frac{d\Psi}{dx} \right)^2 = \frac{2qn_i}{\beta\varepsilon_s} (e^{\beta\Psi(x)} + e^{-\beta\Psi(x)}) - \frac{4qn_i}{\beta\varepsilon_s}$$

da cui

$$\mathcal{E}_s = \pm \sqrt{\frac{2qn_i}{\beta\varepsilon_s} \sqrt{e^{\beta\Psi_s} + e^{-\beta\Psi_s} - 2}}$$

$$Q_s = \mp \varepsilon_s \mathcal{E}_s = \mp \sqrt{\frac{2\varepsilon_s q n_i}{\beta} \sqrt{e^{\beta\Psi_s} + e^{-\beta\Psi_s} - 2}}$$

2) Calcoliamo  $Q_s^2$  e  $V_T 2q\varepsilon_s n_i$ :

$$Q_s^2 = (-1.33 \times 10^{-1})^2 = 1.77 \times 10^{-2} \text{ C}^2/\text{m}^4$$

$$V_T 2q\varepsilon_s n_i = 0.026 \times 2 \times 11.8 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 1.5 \times 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19} = 8.14 \times 10^5 \cdot 1.3 \times 10^{-14} \text{ C}^2/\text{m}^4;$$

ciò significa che  $e^{\beta\Psi_s} \gg 2$ ; a parte il segno

$$Q_s \simeq \sqrt{2\varepsilon_s q n_i V_T} e^{\frac{\Psi_s}{2V_T}}$$

$$\Psi_s = 2V_T \ln \left( \frac{Q_s}{\sqrt{2\varepsilon_s q n_i V_T}} \right)$$

$$\Psi_s = 2 \times 0.026 \times \ln \left( \frac{1.33 \times 10^{-2}}{\sqrt{0.026 \times 2 \times 11.8 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 1.5 \times 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19}}} \right) = 0.60 \text{ V.}$$

3)

$$R_{\square} = \frac{\bar{\rho}}{x_i} = \frac{1}{\bar{\sigma} x_i} = \frac{1}{Q_s \mu_n} = \frac{1}{1.33 \times 10^{-1} \times 7.5 \times 10^{-2}} = 100.25 \text{ } \Omega/\square,$$

$$\mu_n = 750 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$



## SOLUZIONE 2

1) Lo spessore iniziale dell'ossido si determina con la relazione di Deal e Grove

$$x_{ox} = \frac{A}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4B}{A^2} t} \right) = \frac{0.175}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4 \times 0.521}{0.175^2}} \right) = 0.64 \mu\text{m};$$

la carta dei colori fornisce per questo spessore un colore rosso-violetto.

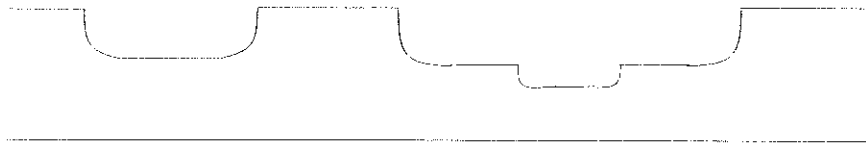
Mask 1: vengono eliminati  $0.1 \mu\text{m}$  di ossido;  $0.54 \mu\text{m} =$  giallo-verde.

Mask 2:  $0.15 \mu\text{m}$  di ossido;  $0.64 - 0.15 = 0.49 =$  blu.

A partire da 0.49 per avere il primo rosso bisogna ottenere 0.46 e quindi il tempo di attacco è banalmente

$$0.03/0.1 = 0.3 \text{ min.}$$

2) Schematicamente:



## SOLUZIONE 3

1) Essendo nulla la corrente di base, secondo il modello a controllo di carica avremo che l'area sottesa dal profilo dei portatori minoritari in base deve essere nulla. Infatti:

$$I_B = \frac{Q_B}{\tau_n} = 0$$

$$Q_B = 0$$

da cui avremo che:

$$n_p(x=0) = n_{p0} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = 2n_{p0}$$

quindi:

$$V_{EB} = V_T \ln(2) = 0.0179 \text{ V}$$

da cui è immediato calcolare la tensione collettore-base:

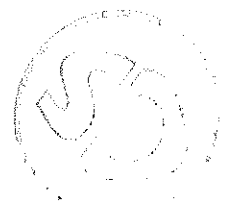
$$V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} \simeq V_{CE}$$

La corrente di collettore, identicamente uguale alla corrente di emettitore poiché  $I_B = 0$ , può essere calcolata dalla derivata del profilo di portatori minoritari in base. Il modulo della  $I_C$  è pari a:

$$I_C = SqD_n \frac{dn}{dx} = SqD_n \frac{2n_{p0}}{W_{Eff}}$$

dove:

$$W_{Eff} = W - X_{EB} - X_{BC}$$



$$X_{EB} = W_{EB}$$

per il calcolo di  $W_{EB}$  abbiamo bisogno della  $V_{0EB}$ , che possiamo calcolare come differenza tra i livelli di Fermi dell' emettitore e della base, pensati separati:

$$V_{0EB} = \frac{E_g}{2q} + \psi_B$$

$$\psi_B = V_T \ln \left( \frac{N_A}{n_i} \right) = 0.288$$

$$V_{0EB} = 0.828$$

$$0.026 \times \ln \left( \frac{10^{30}}{2.25 \times 10^{20}} \right)$$

e quindi:

$$X_{EB} = W_{EB} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_{0EB} - V_{EB})} = 1.05 \mu\text{m}$$

per la giunzione base-collettore:

$$X_{BC} = W_{BC}/2$$

$$V_{0BC} = V_T \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) = 0.575 \text{ V}$$

e dal momento che  $N_A = N_D = N$ :

$$X_{BC} = W_{BC}/2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{2}{N} (V_{0BC} + V_{BC})} = 1.91 \mu\text{m}$$

quindi la lunghezza effettiva della base risulta:

$$W_{Eff} = W - X_{EB} - X_{BC} = 5 - 1.91 - 1.05 = 2.04 \mu\text{m}$$

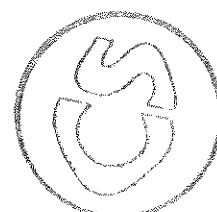
dal momento che:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 0.00259$$

$$n_{p0} = n_i^2 / p_{p0} = n_i^2 / N_A$$

$$I_C = SqD_n \frac{dn}{dx} = SqD_n \frac{2n_i^2}{W_{Eff} N_A} = 9.1 \text{ nA}$$

La  $I_C$ , come ci aspettavamo, risulta molto piccola, ed è entrante.





2) Nel caso della base cortocircuitata con l' emettitore, la concentrazione di minoritari all' interfaccia base-emettitore risulta uguale a  $n_{p0}$ , la concentrazione di minoritari all'interfaccia collettore-base è pari a 0. Possiamo calcolare  $I_B$  col modello a controllo di carica:

$$I_B = \frac{Q_B}{\tau_n}$$

dove  $Q_B$  è la carica in eccesso in base (che in questo caso è in "difetto"). Dato che il profilo dei portatori è triangolare:

$$Q_B = Sq n_{p0} W_{Eff}/2$$

avremo ancora:

$$W_{Eff} = W - X_{EB} - X_{BC}$$

dove stavolta  $V_{BE} = 0$ :

$$X_{EB} = W_{EB} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} V_{0EB}} = 1.04 \mu\text{m}$$

praticamente coincidente con il caso precedente. Anche la  $X_{BC}$  sarà praticamente coincidente con quella del punto precedente:

$$X_{BC} = W_{BC}/2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{2}{N} (V_{0BC} + V_{BC})} = 1.91 \mu\text{m}$$

$$W_{Eff} = W - X_{EB} - X_{BC} = 2.05 \mu\text{m}$$

quindi avremo:

$$I_B = S \frac{q n_{p0} W_{Eff}}{2\tau_n} = S \frac{q n_i^2 W_{Eff}}{2\tau_n N_A} = 3.7 \times 10^{-15} \text{ A}$$

risulta quindi una corrente di base estremamente piccola.

