

Cognome e Nome:	Corso di Laurea:	Matricola:
------------------------	-------------------------	-------------------

Prova Facoltativa di Comunicazione Elettriche - Test A

1. I simboli trasmessi da una sorgente numerica appartengono all'alfabeto ternario $\{-1, 0, 1\}$. L'intervallo di segnalazione vale $T = 1 \mu\text{s}$ e le probabilità con cui vengono trasmessi i simboli sono: $P(-1) = P(1) = 1/4$ e $P(0) = 1/2$.
Si calcoli la *velocità di informazione* R_I della sorgente in bit/sec.

2. Un segnale analogico $m(t)$ di banda $B = 4 \text{ kHz}$ viene convertito in forma numerica con la tecnica PCM e quindi trasmesso mediante un sistema PAM in banda base. La frequenza di campionamento è $f_s = 8 \text{ kHz}$ mentre il codificatore lavora in base $\nu = 4$. La banda minima necessaria per trasmettere il segnale PAM è $B_{min} = 20 \text{ kHz}$. Il segnale $m(t)$ è uniformemente distribuito nella dinamica del quantizzatore.
Si calcoli il rapporto segnale rumore di quantizzazione (risultato in dB).

3. In un sistema di trasmissione numerico vengono trasmessi i simboli 0 ed 1 con probabilità $1/3$ e $2/3$ rispettivamente. Il decisore basa la sua strategia sull'osservazione del vettore $\mathbf{z} = [z_1, z_2]^T$. Quando viene trasmesso il simbolo 0 il decisore osserva il vettore:

$$\mathbf{z}/0 = \begin{bmatrix} 1 + n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$$

mentre quando viene trasmesso il simbolo 1 il vettore osservato è:

$$\mathbf{z}/1 = \begin{bmatrix} n_1 \\ 1 + n_2 \end{bmatrix}$$

Le variabili aleatorie n_1 ed n_2 sono congiuntamente gaussiane ed indipendenti con valore medio nullo e varianza $\sigma^2 = 0.3 \text{ V}^2$.

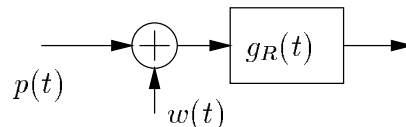
- (a) Si determinino le zone di decisione sul piano (z_1, z_2) applicando il criterio MAP.
(b) Si calcoli la probabilità di errore (valore numerico degli argomenti delle funzioni Q).

4. In un sistema PAM il segnale in ingresso al campionatore è descritto dalla relazione:

$$z(t) = \sum_i a_i g_N(t - iT)$$

con $g_N(t)$ impulso a coseno rialzato con roll-off $\alpha = 1$. I simboli a_i possono assumere i valori $\{-1, 0, 1\}$. Si disegni qualitativamente il diagramma ad occhio relativo a tale segnale.

5. Nello schema riportato in figura $p(t)$ è un impulso a **coseno rialzato normalizzato** con roll-off 0.5. Il rumore $w(t)$ è gaussiano bianco con densità spettrale di potenza bilaterale $N_0/2 = 10^{-3} \text{ V}^2$. La risposta impulsiva del filtro di ricezione vale $g_R(t) = 5p(t_0 - t)$.

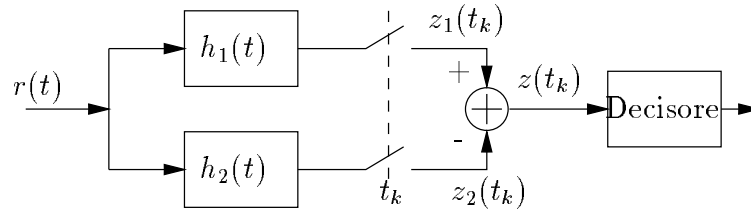


Si calcoli il rapporto segnale rumore all'istante t_0 in uscita dal filtro di ricezione. Per rapporto segnale rumore si intende il rapporto tra la potenza istantanea del segnale (all'istante t_0) e la potenza media del rumore.

6. Nel sistema FSK riportato in figura il segnale ricevuto è:

$$r(t) = \sqrt{E_R} \sum_i p(t - iT) \cos \left[2\pi \left(f_0 + \frac{a_i}{T} \right) t \right] + n(t)$$

I simboli a_i sono indipendenti e possono assumere i valori ± 1 con la stessa probabilità, La frequenza f_0 vale 1 MHz mentre l'intervallo di segnalazione T vale 1 kHz. L'impulso



$p(t)$ è del tipo a radice di coseno rialzato (normalizzato) con roll-off unitario. Il rumore $n(t)$ è gaussiano con densità spettrale di potenza

$$S_n(f) = \begin{cases} N_0/2 & \text{per } |f \pm f_0| \leq 2/T \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Le risposte impulsive dei due filtri di ricezione valgono rispettivamente:

$$h_1(t) = 2p(t) \cos \left[2\pi \left(f_0 + \frac{1}{T} \right) t \right]$$

$$h_2(t) = 2p(t) \cos \left[2\pi \left(f_0 - \frac{1}{T} \right) t \right]$$

- (a) Si calcoli l'espressione di $z(t_k)/1$ e di $z(t_k)/0$.
- (b) Si calcoli la probabilità di errore.

7. In un sistema PAM il campione in ingresso al decisore è dato dalla relazione:

$$z_k = a_k + n_k$$

Il campione di rumore n_k è un variabile aleatoria gaussiana con valore medio nullo e varianza σ^2 . I simboli a_i sono indipendenti e possono assumere con la stessa probabilità i valori: $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(2L + 1)$ con L intero. Si determini la probabilità di errore media sapendo che il decisore applica il criterio MAP. (Suggerimento: si risolvano i casi $L = 0, 1, 2$ e si generalizzi poi il risultato.)