# Prova Facoltativa di Comunicazioni Elettriche del 20 Dicembre 1999 (Test A)

## Esercizio 1

Un segnale $m(t)$ viene convertito in forma numerica mediante un sistema PCM. Il quantizzatore ha $Q = 16$ livelli uniformemente distribuiti su una dinamica $R = 8$ V ($\pm 4$ V). La densità di probabilità del segnale $m(t)$ vale:

$$f_m(m) = \begin{cases} \dfrac{3m^2}{2} & \text{per } |m| \le 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

1. Si determini (in modo esatto) la d.d.p dell'errore di quantizzazione e la si rappresenti graficamente.
   **Suggerimento**: si noti che, essendo $Q$ piccolo, non è possibile accettare l'approssimazione per cui la d.d.p. dell'errore è di tipo uniforme.

2. Si calcoli il rapporto segnale rumore di quantizzazione (valore numerico in dB).

## Esercizio 2

Un segnale $m(t)$ viene convertito in forma numerica mediante un sistema PCM che utilizza un compressore di dinamica seguito da un quantizzatore uniforme avente una dinamica $R = 8$ V ($\pm 4$ V) e $Q = 8$ livelli di quantizzazione. La caratteristica ingresso uscita del compressore di dinamica, ovvero la relazione che lega il segnale di ingresso $m$ al segnale di uscita $m_c$, è una funzione dispari che, per valori di $m$ positivi è descritta dall'equazione:

$$m_c = \begin{cases} \dfrac{3m}{2} & \text{per } 0 \le m < 2 \\ 2 + \frac{m}{2} & \text{per } 2 \le m < 4 \\ 4 & \text{per } m \ge 4 \end{cases}$$

In ricezione, la distorsione introdotta sul segnale dal compressore di dinamica viene eliminata mediante un *espansore*.
Come è noto, il sistema *compressore+quantizzatore uniforme+espansore* è equivalente ad un quantizzatore non uniforme: si disegni la caratteristica ingresso uscita di tale quantizzatore non uniforme.

**Suggerimento:** L'esercizio si può svolgere graficamente senza fare conti.

## Esercizio 3

In un sistema di trasmissione numerico i campioni del segnale in ingresso al decisore sono descritti dalla seguente equazione:

$$z(t_k) = a_k\, n_1(t_k) + (1 - a_k) n_2(t_k)$$

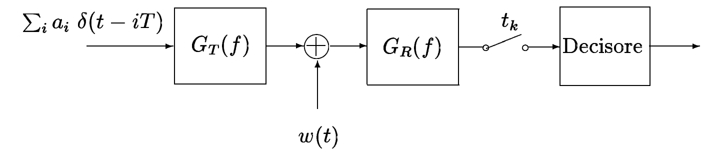
I simboli $a_k$ sono indipendenti e possono assumere i valori 0 ed 1 con la stessa probabilità. Le variabili aleatorie $n_1(t_k)$ ed $n_2(t_k)$ rappresentano il disturbo e si suppongono indipendenti. La variabile aleatoria $n_1(t_k)$ è uniformemente distribuita nell'intervallo (0.5,1.5) mentre la variabile aleatoria $n_2(t_k)$ è gaussiana con valore medio nullo e varianza $\sigma^2 = 0.5$.

1. Si determinino le zone di decisione in accordo al criterio MAP.

2. Si calcoli la probabilità di errore corrispondente.

## Esercizio 4

Nel sistema PAM di figura i simboli $a_i$ sono indipendenti e possono assumere i valori $\pm 1$ con u
probabilità. Il rumore $w(t)$ è gaussiano, bianco con densità spettrale di potenza $N_0/2$. Il de
opera in accordo al criterio MAP.




1. Supponendo che:

$$G_T(f) = \begin{cases} 1 & \text{per } |f| \le 1/T \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \qquad G_R(f) = \begin{cases} T\cos^2\left(\frac{\pi f T}{2}\right) & \text{per } |f| \le 1/T \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

   si calcoli la probabilità di errore e la potenza media del segnale trasmesso.

2. Si modifichino i filtri $G_T(f)$ e $G_R(f)$ in modo da realizzare un sistema di trasmissione o
   con banda $1/T$. Si imponga che la potenza media associata al segnale trasmesso risulti u
   a quella calcolata al punto 1.
   Si calcoli inoltre **il miglioramento** (espresso in dB) del rapporto segnale rumore all'ista
   campionamento rispetto al caso descritto al punto 1. Con il termine rapporto segnale ru
   all'istante di campionamento si intende come è noto la quantità $g^2(t_0)/\sigma^2$ dove $g(t_0)$ è il
   del campione di segnale e dove $\sigma^2$ è la potenza media dei campioni di rumore.

## Esercizio 5

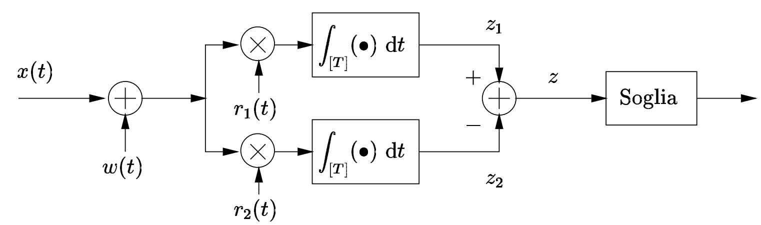
Nel ricevitore per segnali BFSK riportato in figura il segnale $x(t)$ è descritto dalla seguente equa

$$x(t) = \sum_i p(t - iT)\cos\left[2\pi\left(f_0 + \frac{a_i}{T}\right)(t - iT)\right]$$

dove:

$$p(t) = \begin{cases} V & \text{per } 0 \le t \le T/2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

La frequenza $f_0$ è un multiplo di $1/T$ e i simboli $a_i$ sono indipendenti epossono assumere i valo
e -1 con uguale probabiltà. Il rumore $w(t)$ è gaussiano bianco con densità spettrale di potenza




1. Si scriva l'espressione dei segnali $r_1(t)$ ed $r_2(t)$ da utilizzare nel correlatore.

2. Si scriva l'espressione di $z/1$ e di $z/-1$, si calcoli la varianza della componente di rum
   ingresso al decisore e si determini la probabilità di errore.