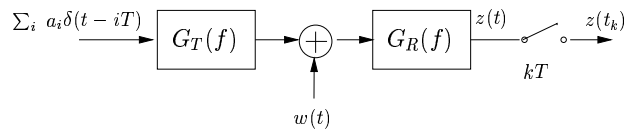


Esercizio 1

Nel sistema di trasmissione numerico descritto in figura i simboli trasmessi a_i sono indipendenti e possono assumere i valori ± 1 con uguale probabilità. Il rumore $w(t)$ è gaussiano, bianco ed ha densità spettrale di potenza pari ad $N_0/2$.



1. Supponendo che $G_T(f)$ sia un filtro del tipo a *coseno rialzato* con roll-off $\alpha = 1$ e che $G_R(f)$ sia un filtro passa basso ideale di banda $1/T$, si determini l'energia associata al singolo impulso trasmesso necessaria per avere una probabilità di errore pari a 10^{-6} . (Si assuma $Q(4.8) = 10^{-6}$).
2. Si supponga adesso che $G_T(f)$ sia un filtro a *radice di coseno rialzato* con roll-off $\alpha = 1$ e che l'energia associata al singolo impulso trasmesso sia la stessa del punto 1. Si dimensiona $G_R(f)$ in modo che il sistema PAM sia ottimo e si calcoli la probabilità di errore (argomento numerico della funzione Q).

Esercizio 2

In un sistema di trasmissione numerico, il decisore osserva il vettore

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + n_1 \\ b + n_2 \end{bmatrix}$$

dove a può assumere con uguale probabilità i valori ± 1 mentre b può assumere con uguale probabilità i valori $\pm 1, \pm 3$. Le variabili aleatorie n_1 ed n_2 sono congiuntamente gaussiane, indipendenti con valore medio nullo e varianza $\sigma^2 = 0.04$. Il compito del decisore è quello di decidere quale coppia di valori (a, b) è stata trasmessa.

1. Si determinino le zone di decisione nel piano z_1, z_2 in accordo al criterio MAP.
2. Si calcoli la probabilità di errore corrispondente (argomento numerico e positivo della funzione Q).

Esercizio 3

Si consideri il segnale PAM

$$x(t) = \sum_i a_i p(t - iT)$$

I simboli a_i sono indipendenti e possono assumere i valori -1 e $+1$ con probabilità $1/3$ e $2/3$ rispettivamente. L'impulso $p(t)$ è:

$$p(t) = \begin{cases} 2 \cos(20\pi t/T) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

1. Si determini l'espressione della densità spettrale di potenza $S_x(f)$ di $x(t)$ e se ne disegni qualitativamente l'andamento in un grafico.
2. Si calcoli la potenza media P_x associata ad $x(t)$.

Nello svolgere l'esercizio si supponga che $\text{sinc}(x) \simeq 0$ per $|x| \geq 10$.

Esercizio 4

Un segnale analogico $m(t)$ viene convertito in forma numerica mediante un sistema PCM che impiega un quantizzatore uniforme a $Q = 2^n$ livelli. Il segnale $m(t)$ ha densità di probabilità gaussiana con valore medio nullo e varianza σ^2 . La *dinamica* del quantizzatore è $R = 10\sigma$ ed è quindi sufficientemente grande da poter ritenere trascurabile il rumore da sovraccarico.

1. Si determini il numero minimo Q di livelli di quantizzazione necessario per ottenere un rapporto segnale rumore di quantizzazione superiore a 40 dB. Si ricordi che Q deve essere una potenza di 2.
2. Supponendo che il segnale numerico così ottenuto venga poi trasmesso mediante un sistema PAM in banda base, si determini il valore massimo della probabilità di errore al ricevitore necessaria per avere un rapporto segnale rumore **totale** (rumore di quantizzazione + rumore termico) superiore a 40 dB.