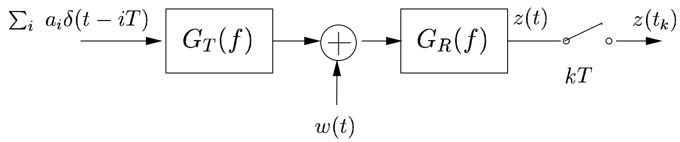
Prova Facoltativa di Comunicazioni Elettriche del 18 Dicembre 2000 (Test B1)

Esercizio 1

Nel sistema di trasmissione numerico descritto in figura i simboli trasmessi a_i sono indipendenti e possono assumere i valori ± 1 con uguale probabilità. Il rumore $w(t)$ è gaussiano, bianco ed ha densità spettrale di potenza pari ad $N_0/2$.



1. Supponendo che $G_R(f)$ sia un filtro passa basso ideale di banda $1/T$ e che $G_T(f) \equiv P(f)$ con:

$$P(f) = \begin{cases} T\,(1 - |fT|) & \text{per } |fT| < 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases},$$

   si dimostri che non si ha ISI al campionatore. Inoltre, si determini l'energia associata al singolo impulso trasmesso necessaria per avere una probabilità di errore pari a 10^{-6}. (Si assuma $Q(4.8) = 10^{-6}$).

2. Si supponga adesso che $G_T(f) \equiv \sqrt{P(f)}$ e che l'energia associata al singolo impulso trasmesso sia la stessa del punto 1. Si dimensioni $G_R(f)$ in modo che il sistema PAM sia ottimo e si calcoli la probabilità di errore (argomento numerico della funzione Q).

NOTA: Il simbolo $\equiv$ significa *"proporzionale a"* ed indica che la costante di proporzionalità deve essere determinata, se necessario, dai vincoli proposti nell'esercizio.

Esercizio 2

In un sistema di trasmissione numerico, il decisore osserva il vettore

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + n_1 \\ b + n_2 \end{bmatrix}$$

dove a e b possono assumere con uguale probabilità i valori 0, $+2$, -2. Le variabili aleatorie n_1 ed n_2 sono congiuntamente gaussiane, indipendenti con valore medio nullo e varianza $\sigma^2 = 0.04$. Il compito del decisore è quello di decidere quale coppia di valori $(a,\, b)$ è stata trasmessa.

1. Si determinino le zone di decisione nel piano z_1, z_2 in accordo al criterio MAP.

2. Si calcoli la probabilità di errore corrispondente (argomento numerico e positivo della funzione Q).

Esercizio 3

Si consideri il segnale PAM

$$x(t) = \sum_i a_i\, \mathrm{p}\,(t - iT)$$

I simboli a_i sono indipendenti ed possono assumere i valori -1 e $+1$ con probabilità 1/3 rispettivamente. L'impulso $p(t)$ è:

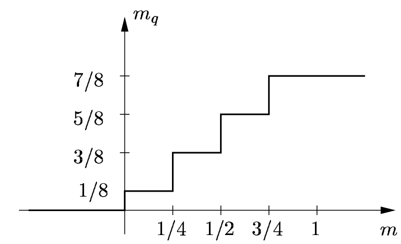
$$\mathrm{p}(t) = 2\cos(4\pi t/T)\,\mathrm{sinc}\left(\frac{3t}{T}\right)$$

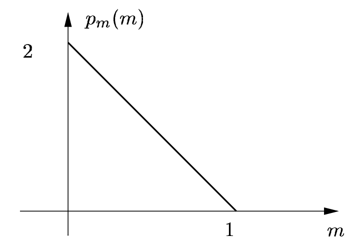
1. Si determini l'espressione della densità spettrale di potenza $S_x(f)$ di $x(t)$ e se ne d qualitativamente l'andamento in un grafico.

2. Si calcoli la potenza media P_x associata ad $x(t)$.

Esercizio 4

Un sistema PCM impiega il quantizzatore a 4 livelli la cui caratteristica è riportata in figura in con la densità di probabilità dei campioni del segnale in ingresso al quantizzatore stesso.





1. Si determini la densità di probabilità del rumore di quantizzazione e se ne tracci l'andar in un grafico.

2. Si calcoli la potenza media del rumore di quantizzazione.