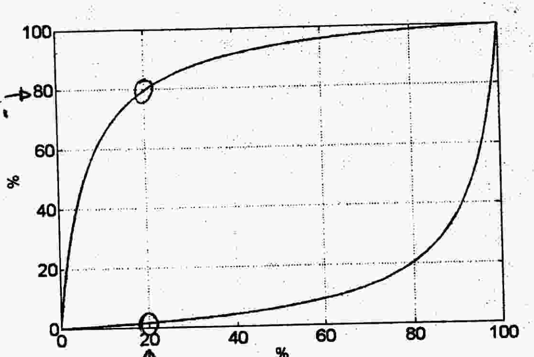
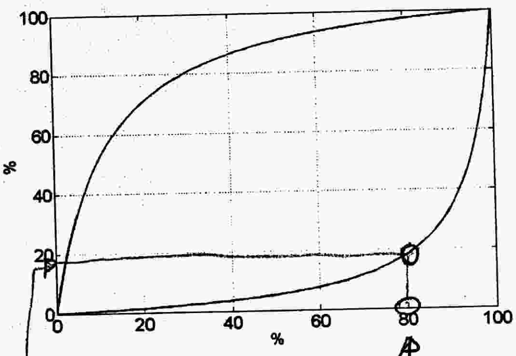
Esercizio 2

Prob. a posteriori



test 1

prob. a priori



test 2

Prob. a posteriori test 2

prob. a priori per il test 2 (a posteriori test 1)

Prob. a post Finale $\cong$ 20%

$$P_{m,tp} = \frac{\text{sensibilità} \times \text{prevalenza}}{\text{sensibilità} \times \text{prevalenza} + [(1-\text{specificità}) \times (1-\text{prevalenza})]}$$

$$P_{m,tn} = \frac{(1-\text{sens}) \times \text{prev}}{[(1-\text{sens}) \times \text{prev}] + [\text{spec} \times (1-\text{prev})]}$$

test 1

sens = 94% spec = 94% prev = 20%

risultato positivo

$$P_{m,tp} = \frac{0{,}94 \times 0{,}2}{0{,}94 \times 0{,}2 + (1-0{,}94) \times 0{,}8} = 0{,}7966$$

test 2

sens = 95% spec = 90% prev = 0,7966

ris. negativo

$$P_{m,tn} = \frac{(1-0{,}95) \times 0{,}7966}{(1-0{,}95) \times 0{,}7966 + 0{,}9 \times (1-0{,}7966)} = 0{,}1787$$

23/16/08

Esercizio 4

a) $C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$

b) $p = \frac{\text{casi favorevoli}}{\text{casi possibili}} = \frac{D_{3,3}}{D_{6,3}} = \frac{3!}{\frac{6!}{3!}} = \frac{36}{6!} = \frac{36}{720} = 0{,}05$

Esercizio 5

$$S_n = 2^{-|n|} \frac{1 + j \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2} \quad \text{per } n \neq 0, \; S_0 = 0$$

a) $S_{-n} = 2^{-|-n|} \frac{1 + j \sin\left(-\frac{n\pi}{2}\right)}{(-n)^2} = 2^{-|n|} \frac{1 - j \sin\frac{\pi n}{2}}{n^2} = S_n^*$ $\quad$ s(t) è reale

b) $S_{-n} \neq S_n$
$S_{-n} \neq -S_n$ $\Rightarrow$ s(t) non presenta simmetrie

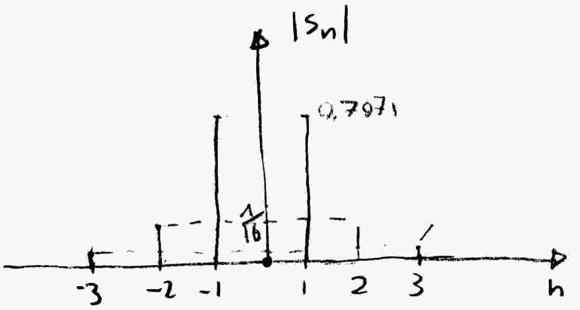
c) $S_1 = \frac{1}{2} \frac{1 + j \sin\frac{\pi}{2}}{1} = \frac{1+j}{2}$ $\qquad S_{-1} = \frac{1-j}{2}$ $\qquad |S_1| = |S_{-1}| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}7071$

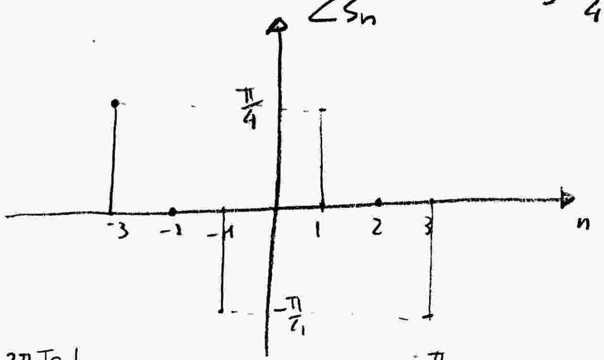
$\angle S_1 = \frac{\pi}{4} \qquad \angle S_{-1} = -\frac{\pi}{4}$

$S_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ $\qquad S_{-2} = \frac{1}{16}$ $\qquad |S_2| = |S_{-2}| = 1/16 \qquad \angle S_2 = \angle S_{-2} = 0$

$S_3 = \frac{1}{8} \frac{1-j}{9} = \frac{1-j}{72}$ $\qquad S_{-3} = \frac{1+j}{72}$ $\qquad |S_3| = |S_{-3}| = \frac{1}{36\sqrt{2}} = 0{,}0196 \qquad \angle S_3 = -\frac{\pi}{4}$

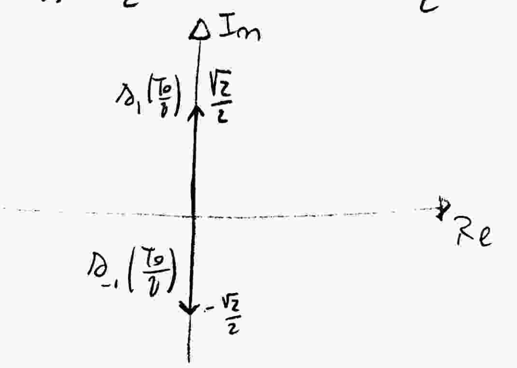
$\angle S_{-3} = \frac{\pi}{4}$





d) $s_1(t) = S_1 e^{j\frac{2\pi t}{T_0}}$ $\qquad s_1\left(\frac{T_0}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j\frac{\pi}{4}} e^{j\frac{2\pi T_0}{8}\frac{1}{T_0}} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j\frac{\pi}{4}} e^{j\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j\frac{\pi}{2}}$

$s_{-1}(t) = S_{-1} e^{-j\frac{2\pi t}{T_0}}$ $\qquad s_{-1}\left(\frac{T_0}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-j\frac{2\pi T_0}{8}\frac{1}{T_0}} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-j\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}}$



Esercizio 6

$x_1[n]$ 4 campioni

$x_2[n]$ 5 campioni

$dt = 0{,}5\,s$

- Convoluzione circolare ≡ conv. lineare

periodicizzare $x_1[n]$ e $x_2[n]$ con periodo $4+5-1 = 8$ campioni

⇒ aggiungo 4 zeri in coda a $x_1[n]$

⇒ aggiungo 3 zeri in coda a $x_2[n]$ (zero padding)

la convoluzione lineare di $x_1[n]$ $x_2[n]$ è lunga 8 campioni

- Per ottenere una risoluzione pari a 0,1 Hz ⇒ Tosservazione ovvero la lunghezza della sequenza da trasformare

$$T_{oss} = \frac{1}{df} = 10\,s \Rightarrow N_{TOT} = \frac{T_{oss}}{dt} = \frac{10\,s}{0{,}5\,s} = 20$$

Bisogna quindi effettuare uno zero padding pari all'aggiunta di 12 zeri alla sequenza ottenuta dalla convoluzione.

$N_{TOT} = 20$ $df = 0{,}1\,Hz$ N.B. $df = \dfrac{1}{N_{TOT}\,dt}$

vettore di frequenze rispetto alle quali viene stimata la trasformata della sequenza

usando una notazione tipica dell'ambiente matlab

$$f = df \cdot \left[-\frac{N_{TOT}}{2} : 1 : \frac{N_{TOT}}{2} - 1\right]$$

N.B. N_{TOT} pari

vettore con passo unitario

$$f = [-1 : 0{,}1 : 0{,}9]\ Hz = [-1, -0{,}9, -0.8, -0.7, -0{,}6, -0.5, -0{,}4, \ldots$$
$$-0{,}3, -0.2, -0.1$$

Esercizio 7

$x(t) \rightarrow \boxed{h} \rightarrow y(t)$

$y(t) = \sqrt{x(t-t_0)}$ t_0 costante

linearità

In: $x_1(t)$ out: $y_1(t) = \sqrt{x_1(t-t_0)}$ In: $x_2(t)$ out: $y_2(t) = \sqrt{x_2(t-t_0)}$

In: $x_3(t) = a\,x_1(t) + b\,x_2(t)$ out: $y_3(t) = \sqrt{a\,x_1(t-t_0) + b\,x_2(t-t_0)} \neq a\,y_1(t) + b\,y_2(t) = a\sqrt{x_1(t-t_0)} + b\sqrt{x_2(t-t_0)}$

tempo invarianza

In: $x(t)$ out: $y(t) = \sqrt{x(t-t_0)}$ In: $x(t-T)$ out $y_1(t) = \sqrt{x(t-T-t_0)} = y(t-T)$

il sist è non lineare e tempoinvariante