Polinomi: rappresentazione e radici

Un polinomio in matlab è individuato dai suoi coefficienti

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$

$[a_n \ a_{n-1} \ a_{n-2} \ \ldots \ a_0]$

i.e. x^2+2x-1 **sarà individuato dal vettore**

```
>> p1=[1 2 -1]
p1 =
    1    2   -1
```

È possibile trovare le radici di tale polinomio utilizzando il comando roots(p1)

```
>> r1=roots(p1)
r1 =
   -2.4142
    0.4142
```

Polinomi: radici

$p(x)=a_n x^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+\ldots+a_1 x+a_0$

$p=[a_n\ a_{n-1}\ a_{n-2}\ \ldots.\ a_1\ a_0]$

roots(p) trova la soluzione calcolando la matrice compagna e stimandone gli autovalori

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_0/a_n \\ 1 & 0 & 0 & 0 & & -a_1/a_n \\ 0 & 1 & 0 & 0 & & -a_2/a_n \\ 0 & 0 & 1 & 0 & & -a_3/a_n \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_{n-1}/a_n \end{bmatrix}$$

che sono quindi le radici del polinomio caratteristico

$p(x)=\det(xI-A)$

N.B. gli autovalori di una matrice si trovano con il comando eig(A)

Polinomi: radici → coefficienti

Date le radici di un polinomio in un vettore r, è possibile trovare i coefficienti del polinomio tramite il comando

p=poly(r)

Se applicato ad un vettore poly(r) è il comando inverso di roots(p)

```
>> r
r =
  -2.4142
   0.4142
>> p=poly(r)
p =
   1.0000    2.0000   -1.0000
```

Polinomi: radici → coefficienti

Se applicato ad una matrice A di dimensione nxn
poly(A) fornisce i coefficienti del polinomio caratteristico

$p(x)=\det(xI-A)=(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)$

```
>> A=[1 0 3;2 4 1; 1 2 4]

A =
     1     0     3
     2     4     1
     1     2     4

>> p1=poly(A)

p1 =
    1.0000   -9.0000   19.0000  -14.0000
```

Polinomi: quoziente

Dato un quoziente di polinomi

$$\frac{b(x)}{a(x)} = \frac{b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \ldots + b_0}{a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \ldots + a_0}$$

Le radici di b(x) sono detti zeri. Le radici di a(x) sono detti poli.
E' possibile espandere in fratti

$$\frac{b(x)}{a(x)} = \frac{r_1}{x - p_1} + \frac{r_2}{x - p_2} + \frac{r_3}{x - p_3} + \ldots + \frac{r_{3+t-1}}{(x - p_3)^t} + \ldots + \frac{r_m}{x - p_m} + k(x)$$

Dove p_3 è una polo di ordine t e k(x) è un polinomio residuo diverso da una costante se n>m

Polinomi: quoziente

La funzione matlab è

[r,p,k] = residue(b,a)

dove b e a sono vettori contenenti i coefficienti dei polinomi b(x) e a(x)

•r sono i coefficienti dell'espansione
•p i poli (n.b. nel caso di una radice di molteplicità m multipla ci saranno m elementi uguali)
•k il polinomio residuo

Possono riscontrarsi problemi numerici se il denominatore ha radici multiple.

Polinomi: quoziente

```
b =
    5     2    -1     3     6     7
a =
    1     2     3     4     5
>> [r,p,k]=residue(b,a)
r =
   2.2639 - 4.0721i
   2.2639 + 4.0721i
  -2.2639 - 2.5236i
  -2.2639 + 2.5236i
p =
  -1.2878 + 0.8579i
  -1.2878 - 0.8579i
   0.2878 + 1.4161i
   0.2878 - 1.4161i
k =
    5    -8
```