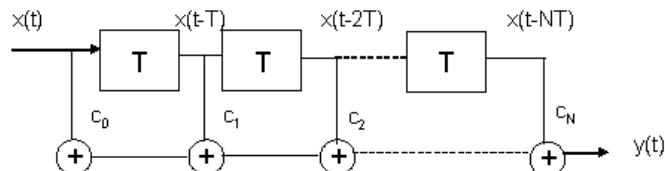


Filtri lineari non ricorsivi (FIR)

I filtri FIR (Finite Impulse Response) sono circuiti ad anello aperto, cioè senza reazione tra ingresso ed uscita. Le sue caratteristiche principali sono:

- uscita è sempre finita e stabile.
- risposta lineare in fase
- facilità di costruzione, cioè non richiede grande precisione nella scelta dei coefficienti del filtro.



Il segnale di ingresso viene inviato a delle linee di ritardo T , $2T$, $3T$, ecc.

I segnali ottenuti (quello originale e quelli ritardati) vengono pesati con dei coefficienti c_i e sommati per formare l'uscita del filtro:

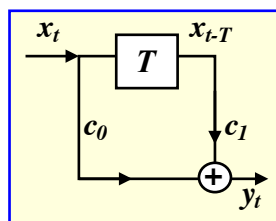
$$y_t = c_0 x_t + c_1 x_{t-T} + \dots + c_n x_{t-nT}$$

UNIPISM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Filtri lineari non ricorsivi (FIR)

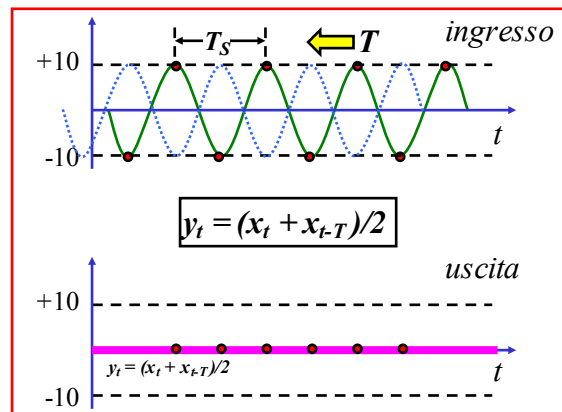
Facciamo un esempio molto semplice dove uso un filtro con un solo blocco che introduce un ritardo $T = T_S / 2$, dove T_S è il periodo del segnale e dove $c_0 = 1$ e $c_1 = 1$:

$$y_t = c_0 x_t + c_1 x_{t-T}$$



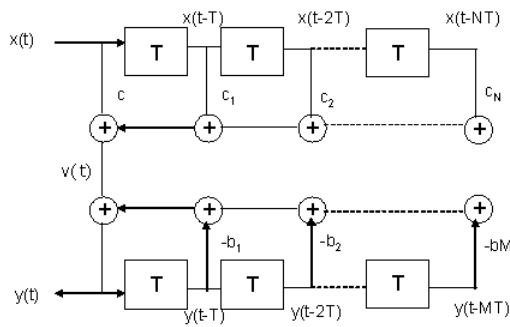
Il segnale ritardato di metà periodo T_S risulta uguale ma opposto al segnale originale.

La somma di questo segnale e di quello originale risulta sempre essere zero, quindi il filtro ha cancellato, o filtrato, il segnale a quella frequenza.



UNIPISM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Filtri lineari ricorsivi (IIR)



Nei filtri IIR (Infinite Impulse Response) l'uscita è ottenuta come media pesata in cui sono presenti termini che tengono conto **sia degli ingressi che delle uscite** a tempi precedenti.

$$y_t = c_1 x_t + c_2 x_{t-T} + \dots + c_N x_{t-NT} + b_1 y_{t-T} + b_2 y_{t-2T} + \dots + b_M y_{t-MT}$$

Esempio:

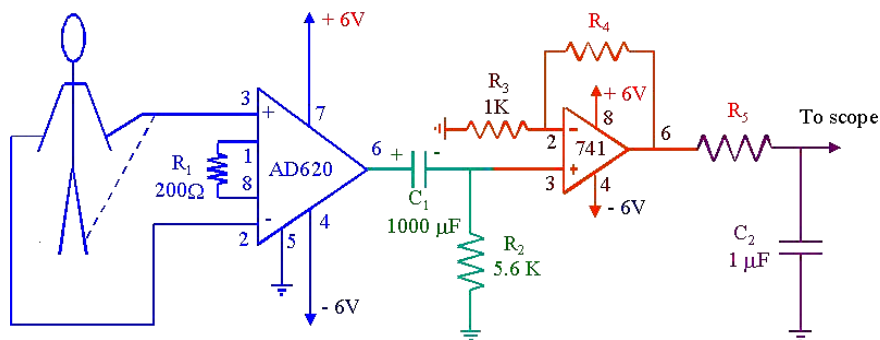
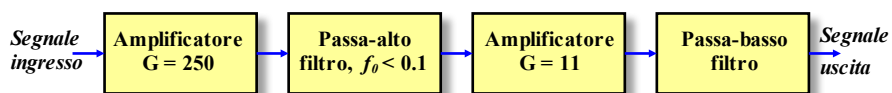
Filtro passa basso del 1.o ordine

$$y_t = 0.99 y_{t-1} + 0.01 x_t$$

dove i coefficienti in y devono essere < 1 altrimenti il sistema può diventare instabile.

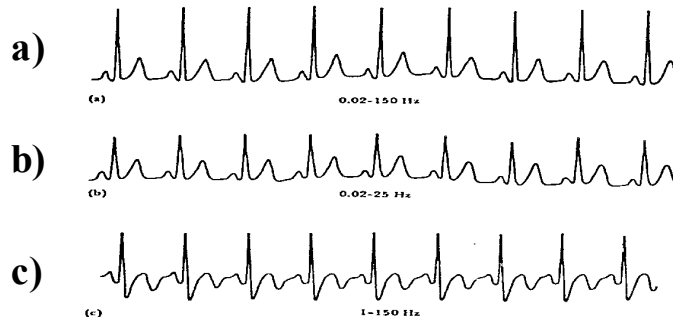
UNIPISM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Elettrocardiografo: schema a blocchi



UNIPISM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

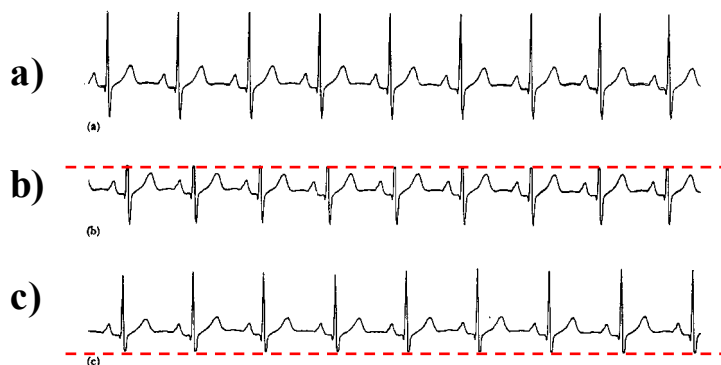
ECG: distorsione di frequenza



- a) Traccia ECG normale.
- b) Eccessivo filtraggio alle alte frequenze; il segnale risulta ridotto sul complesso QRS dove i fronti sono più ripidi, cioè dove più alto è il contenuto in frequenza. Le onde lente (P e T) non sono alterate.
- c) Eccessivo filtraggio alle basse frequenze. L'eliminazione delle basse frequenze provoca la scomparsa della linea base originale provocando una grave distorsione morfologica.

UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

ECG: artefatti



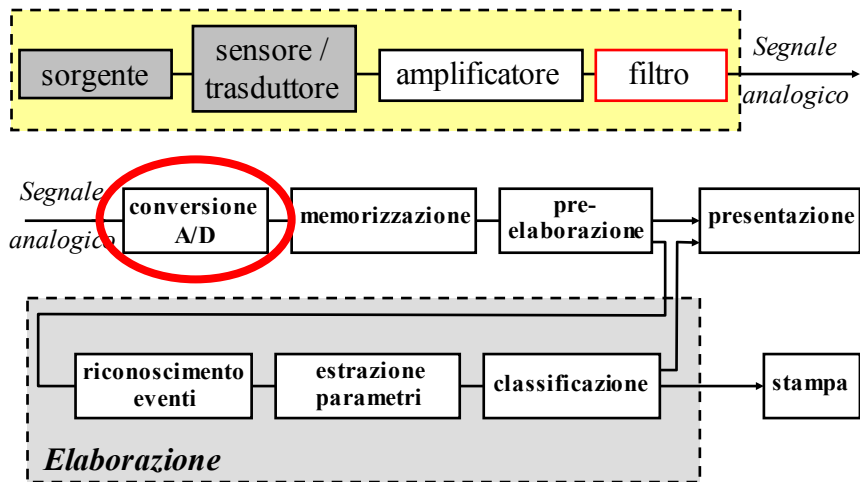
Effetti della saturazione del segnale per eccesso di amplificazione.

- a) Traccia ECG non distorta.
- b) Eccessivo guadagno o offset-positivo dell'amplificatore; i picchi positivi (onda R) sono troncati e risultano tutti della stessa ampiezza.
- c) Eccessivo guadagno o offset-negativo dell'amplificatore; i picchi negativi (onda S) sono troncati e risultano tutti della stessa ampiezza.

UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Acquisizione ed elaborazione di segnali

Blocchi funzionali



UNIPIS-M-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali



UNIVERSITÀ DI PISA
Corso di Laurea in Scienze Motorie

Tecnologie e strumentazione biomedica

Convertitore analogico/digitale

Alberto Macerata
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

UNIPIS-M-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Conversione analogico-digitale

La conversione A/D consiste nella trasformazione del segnale continuo in una sequenza di numeri binari.

Sono necessarie due distinte operazioni:

- **discretizzazione**: misura dell'ampiezza del segnale ad intervalli di tempo fissati;
- **quantizzazione**: trasformazione dei valori misurati in numeri interi (binari).



25, 27, 35,70, 92,101,
105, 99, 88, 79, 60,
45, 25, 27, 35,70,
92,101, 105, 99, 88,
79, 60, 45, 25, 27,
35,70, 92,101, 105,
99, 88, 79, 60,45,

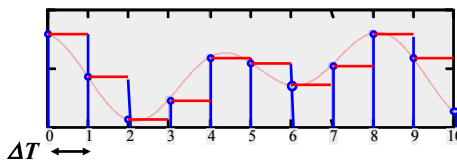
UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Discretizzazione

La **discretizzazione** consiste nel misurare l'ampiezza del segnale continuo $x(t)$ ad **intervalli di tempo fissati**.

Sia ΔT l'intervallo di tempo tra due misure successive, la discretizzazione genera un vettore $x[n]$ definito come una serie di numeri rappresentativi del segnale continuo campionato ad intervalli successivi distanti ΔT :

$$x[n] = x(n \Delta T)$$



L'intervallo ΔT viene detto **periodo di campionamento**;

l'inverso dell'intervallo ΔT si chiama **frequenza di campionamento**, ed indica quante misure dell'ampiezza del segnale vengono eseguite in un secondo:

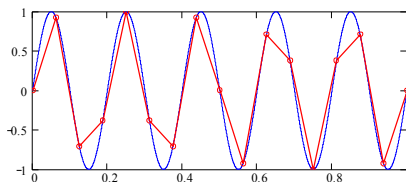
$$f_c = 1 / \Delta T$$

UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Frequenza di campionamento

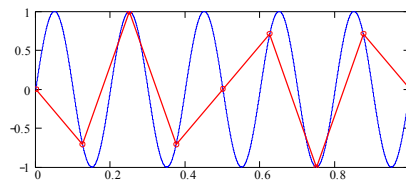
Un segnale “veloce” richiede per essere descritto un campionamento più fitto rispetto ad un segnale lento.

Esiste un teorema (*teorema di Nyquist*) che dimostra che un segnale, se campionato almeno ad una frequenza doppia rispetto alla frequenza massima in esso presente, può essere perfettamente ricostruito.



$$f_c \geq 2 f_{max}$$

possibile ricostruzione perfetta



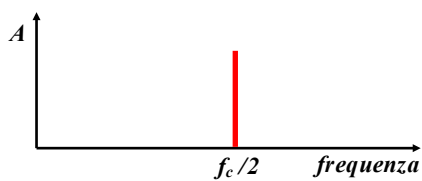
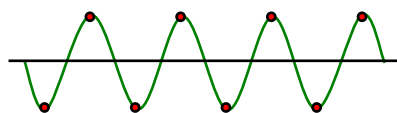
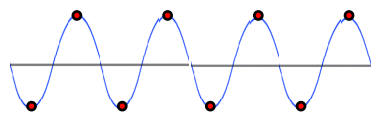
$$f_c < 2 f_{max}$$

errore di *aliasing*

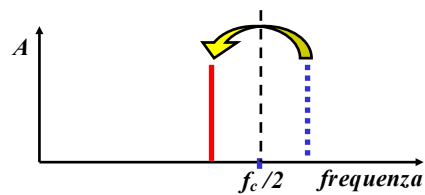
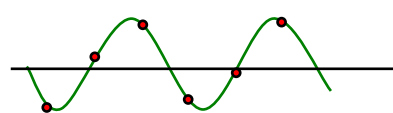
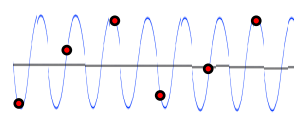
UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Errore di aliasing

$f_c \geq 2 \times$ (max frequenza del segnale)



$f_c < 2 \times$ (max frequenza del segnale)



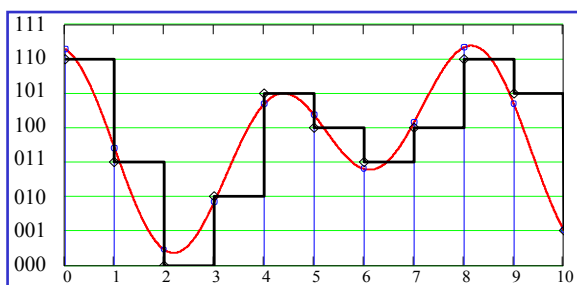
UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Quantizzazione

La quantizzazione consiste nella **trasformazione delle ampiezze misurate in numeri interi**.

In generale i numeri ottenuti sono espressi in codice binario a N bit.

Poniamo di avere a disposizione solo 3 bit; con 3 bit possiamo rappresentare $2^3 = 8$ numeri, cioè posso rappresentare solo 8 livelli di ampiezza del segnale.



La quantizzazione comporta una approssimazione, e quindi introduce rumore.

UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Livelli di quantizzazione

Fissata la dinamica di ingresso ΔV del convertitore A/D, il numero N di bit di conversione determina la **risoluzione**, cioè la minima ampiezza del segnale che siamo in grado di rilevare:

$$\text{risoluzione} \quad \Delta R = \Delta V / 2^N$$

$$8 \text{ bit} \rightarrow 2^8 = 256 \text{ livelli}$$

$$\Delta R = \Delta V / 256$$

$$12 \text{ bit} \rightarrow 2^{12} = 4096 \text{ livelli}$$

$$\Delta R = \Delta V / 4096$$

$$16 \text{ bit} \rightarrow 2^{16} = 65536 \text{ livelli}$$

$$\Delta R = \Delta V / 65536$$

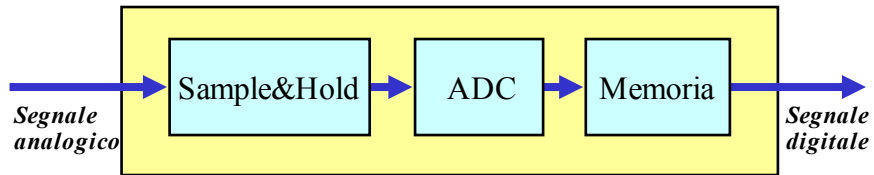
Se la dinamica di ingresso ad un convertitore a 12 bits è 10 Volt, la minima variazione rilevabile, cioè la sua **risoluzione**, risulta

$$V_{min} = 10/4096 = 2.44 \text{ mV}$$

Il moduli che precedono il convertitore devono amplificare o attenuare il segnale in modo da sfruttare al meglio tutta la dinamica del convertitore.

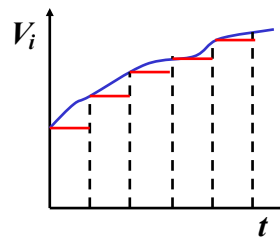
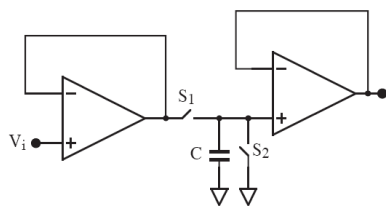
UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Blocchi di un Convertitore A/D



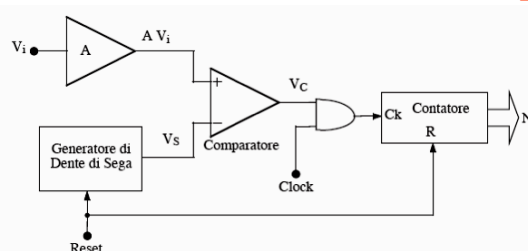
Sample and hold

L'obiettivo è quello di mantenere stabile il livello del segnale di ingresso per tutto il tempo necessario alla conversione.



UNIPLSM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Convertitore a rampa lineare (1)

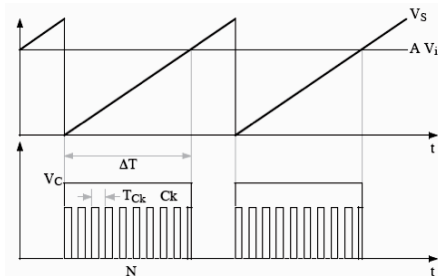


La tensione di ingresso V_i , opportunamente amplificata da A , viene confrontata dal comparatore con la tensione a dente di sega

$$V_s = k t \quad (a)$$

Un contatore di impulsi conta il numero di clock di periodo T_{Ck} contenuti nell'intervallo ΔT (intervallo tra l'istante di inizio della rampa e istante in cui le 2 tensioni sono uguali) fornendo in uscita un numero N a n bit:

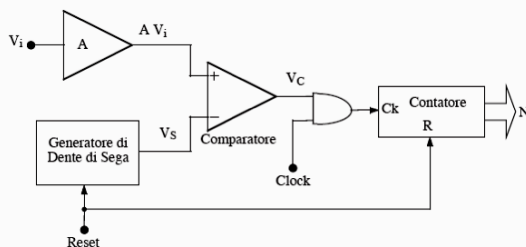
$$N = \Delta T / T_{Ck}$$



Da: A. Bossi e P. Malcovati, Misure Elettriche

UNIPLSM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Convertitore a rampa lineare (2)



Quindi, dopo il tempo ΔT , la tensione all'ingresso è uguale alla tensione della rampa:

$$AV_i = V_s$$

In base all'equazione (a) abbiamo:

$$AV_i = k \Delta T$$

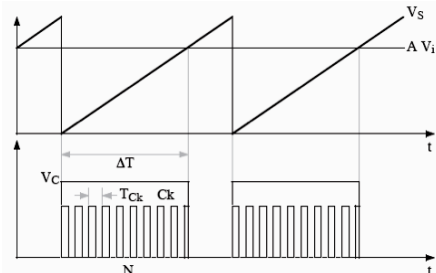
cioè $\Delta T = AV_i / k$

da cui $N = AV_i / k T_{Ck}$

cioè

$$N = k_N V_i$$

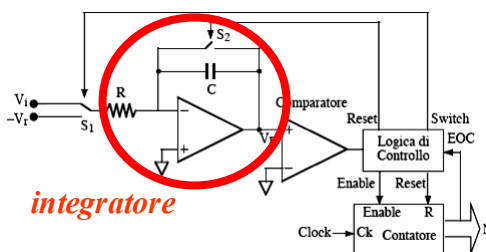
dove $k_N = A / k T_{Ck}$ è la costante caratteristica del convertitore.



Da: A. Bossi e P. Malcovati, Misure Elettriche

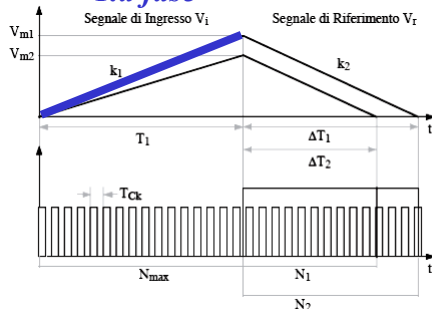
UNIFI-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Convertitore a doppia rampa (1)



integratore

1.a fase



Il ciclo di conversione è diviso in due fasi.

In una prima fase, il modulo integratore genera una rampa la cui pendenza è proporzionale al segnale di ingresso $V_R = (V_i / RC) t = k_1 t$

Dopo un intervallo di tempo prefissato T_1 inizia la seconda fase:

l'interruttore S_1 viene commutato connettendo all'ingresso dell'integratore la tensione di riferimento $-V_r$.

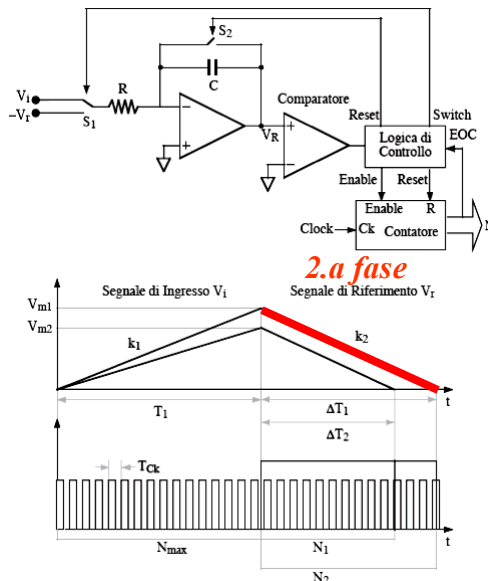
Al momento della commutazione, la tensione aveva raggiunto il valore:

$$V_m = (V_i / RC) T_1 = k_1 T_1$$

Da: A. Bossi e P. Malcovati, Misure Elettriche

UNIFI-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Convertitore a doppia rampa (2)



La tensione scende in accordo a

$$V_R = V_m - (V_r/RC) t$$

dove, ponendo $k_2 = V_r/RC$, si ha

$$V_R = V_m - k_2 t$$

Contemporaneamente viene abilitato un contatore di impulsi di **Clock**.

Quando la tensione V_R raggiunge lo zero il comparatore cambia stato e il conteggio viene fermato.

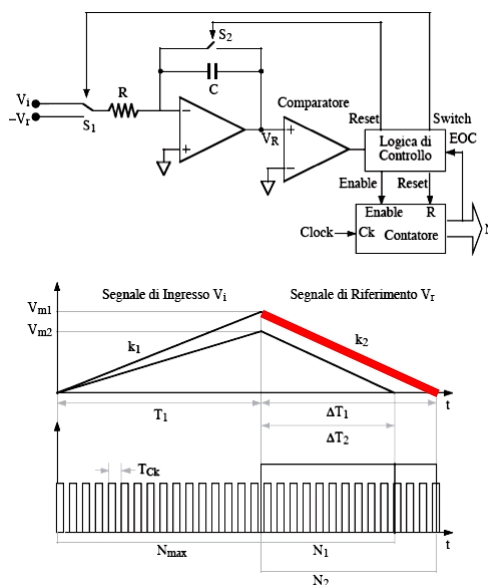
Il contatore di impulsi di clock indicherà il valore:

$$N = \Delta T_1 / T_{Ck}$$

Da: A. Bossi e P. Malcovati, *Misure Elettriche*

UNIPISM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Convertitore a doppia rampa (3)



L'intervallo di tempo ΔT_1 si ricava da $V_R = V_m - k_2 t$ dove $V_R = 0$ cioè $V_m - k_2 \Delta T_1 = 0$ da cui $\Delta T_1 = V_m / k_2$

Ricordando che:

$V_m = (V_i / RC) T_1$ e $k_2 = V_r / RC$ otteniamo:

$$\Delta T_1 = (V_i / V_r) T_1$$

Scegliendo $T_1 = 2^n T_{Ck}$ otteniamo infine che

$N = \Delta T_1 / T_{Ck}$ cioè $N = (V_i T_1 / V_r T_{Ck})$

da cui $N = (V_i / V_r) 2^n$

Notiamo che la precisione del convertitore dipende solo dalla tensione di riferimento.

Da: A. Bossi e P. Malcovati, *Misure Elettriche*

UNIPISM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Bit e valori

Ipotizziamo di avere un convertitore a 8 bit su una dinamica di ingresso da 0 a 2.56 volt.

Sappiamo che con 8 bit possiamo avere 2^8 livelli, cioè 256 livelli di segnale. Quindi la *risoluzione del convertitore*, corrispondente al valore del bit meno significativo, è data da: $2.56 / 256 = 0.01 \text{ volt}$

MSB	LSB
1	0
0	1
0	0
1	1
0	0
1	0
0	0
0	0
7	0

BIT	posizione	volt	moltiplicatore
LSB	0	0.01	2^0
	1	0.02	2^1
	2	0.04	2^2
	3	0.08	2^3
	4	0.16	2^4
	5	0.32	2^5
	6	0.64	2^6
MSB	7	1.28	2^7

UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

Esempi di numeri binari e valori

MSB	LSB
1	0
0	0
0	1
1	0
0	1
0	0
0	0
0	0
7	0

BIT	posizione	volt	moltiplicatore
LSB	0	0.01	2^0
	1	0.02	2^1
	2	0.04	2^2
	3	0.08	2^3
	4	0.16	2^4
	5	0.32	2^5
	6	0.64	2^6
MSB	7	1.28	2^7

00000001 corrisponde a

$$0 \cdot 1.28 + 0 \cdot 0.64 + 0 \cdot 0.32 + 0 \cdot 0.16 + 0 \cdot 0.08 + 0 \cdot 0.04 + 0 \cdot 0.02 + 1 \cdot 0.01 = 0.01 \text{ volt}$$

00000010 corrisponde a

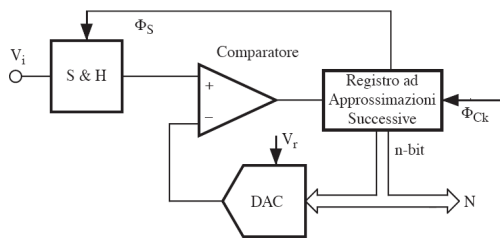
$$0 \cdot 1.28 + 0 \cdot 0.64 + 0 \cdot 0.32 + 0 \cdot 0.16 + 0 \cdot 0.08 + 0 \cdot 0.04 + 1 \cdot 0.02 + 0 \cdot 0.01 = 0.02 \text{ volt}$$

10010100 corrisponde a

$$1 \cdot 1.28 + 0 \cdot 0.64 + 0 \cdot 0.32 + 1 \cdot 0.16 + 0 \cdot 0.08 + 1 \cdot 0.04 + 0 \cdot 0.02 + 0 \cdot 0.01 = 1.48 \text{ volt}$$

UNIP-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

ADC ad approssimazioni successive

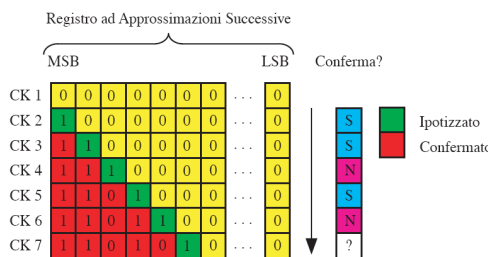


Dopo il S&H, il segnale di ingresso viene confrontato con la tensione analogica fornita dal DAC (Digital to Analog Converter) corrispondente al **bit più significativo**:

- se il segnale di ingresso è inferiore del segnale fornito dal DAC significa che il bit più significativo della parola digitale di uscita deve essere posto a "0"

- altrimenti significa che il bit più significativo deve essere "1".

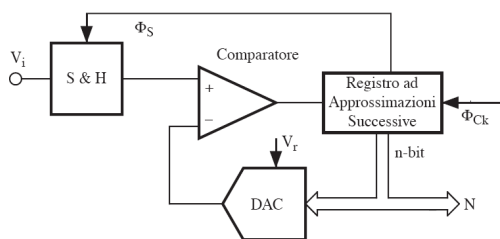
Una volta stabilito il valore del bit più significativo, esso viene memorizzato dal **registro ad approssimazioni successive** e mantenuto.



Da: A. Bossi e P. Malcovati, *Misure Elettriche*

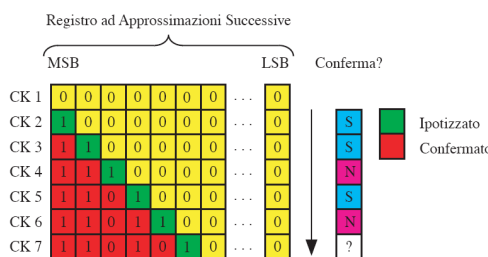
UNIFI-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali

ADC ad approssimazioni successive



Si passa quindi al **bit successivo**, confrontando la tensione ottenuta dal DAC (bit già registrati+bit in esame) con il segnale d'ingresso. In base alla decisione del comparatore si stabilisce se il bit in questione deve essere "0" o "1", memorizzando poi il risultato nel registro ad approssimazioni successive. Si procede in questo modo fino a che non vengono determinati tutti i bit.

Questo tipo di convertitore è più veloce rispetto ai convertitori a rampa; la loro precisione dipende dalla precisione delle tensioni in uscita dal convertitore D/A.



Da: A. Bossi e P. Malcovati, *Misure Elettriche*

UNIFI-SM-Filtri/Acquisizione/Elaborazione segnali