21/7/'16 Es. 1 test. 1 (1)

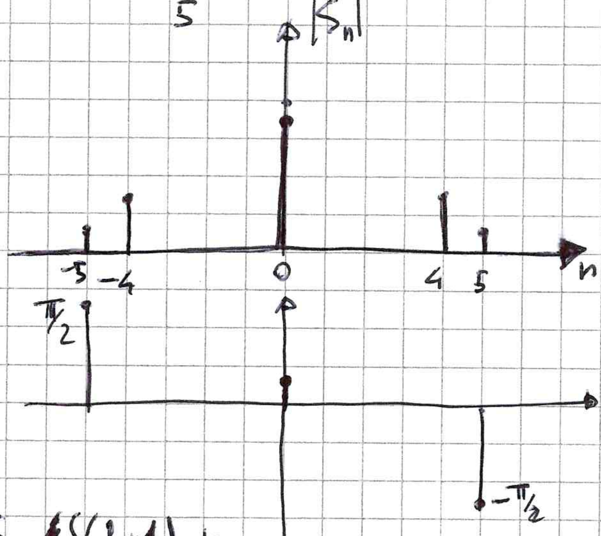
$$s(t) = 2 + 2e^{j\frac{\pi}{4}} + \sin\frac{2\pi t}{4} + 3\cos\frac{2\pi t}{5}$$

1) periodo $T_0 = 20$

$$S_0 = 2 + 2e^{j\frac{\pi}{4}} = 3,696\, e^{j0,393}$$

$S_4 = \frac{3}{2}$ $S_{-4} = \frac{3}{2}$

$S_5 = -\frac{j}{2}$ $S_{-5} = \frac{j}{2}$



2) $S(f) = S_0\,\delta(f) + S_4\,\delta(f-\frac{1}{4}) + S_{-4}\,\delta(f+\frac{1}{4}) +$
$+ S_5\,\delta(f-\frac{1}{5}) + S_{-5}\,\delta(f+\frac{1}{5})$

3) segnale di tipo passa basso (è presente componente in 0)

$f_{max} = \frac{1}{4}$ $f_c \geq 2 f_{max} = \frac{1}{2}$ $f_c \geq \frac{1}{2}$ Hz

(si ricorda che la f_c minima nella pratica, per segnali LP non viene solitamente usata)

4)

$s_0(t) = s(t) \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T_0}\right)$ basta selezionare un periodo qualsiasi del segnale

5) $S_0(f) = S(f) \otimes T_0\,\mathrm{sinc}(f\cancel{*}T_0) = S(f) \otimes T_0\,\mathrm{sinc}(f T_0)$

troveremo quindi una sommatoria di 5 sinc

ognuna centrata sulle componenti del segnale di partenza

Da notare che ogni sinc si annulla ogni $1/T_0$

quindi per ognuna delle frequenze del segnale di partenza ~~una~~ una

sola sinc sarà diversa da zero

$$H(z) = \frac{z^{-1}+z^{-2}}{1-0{,}9\,z^{-1}}$$

$T_c = 0{,}2\,s = T$

polo in 0 e 0,9

$$\overline{H}(f) = \frac{e^{-j2\pi fT}+e^{-j4\pi fT}}{1-0{,}9\,e^{-j2\pi fT}} =$$

$$= \frac{e^{-j3\pi fT}\;2\cos\pi fT}{1-0{,}9\cos 2\pi fT + j0{,}9\sin 2\pi fT}$$

$$|\overline{H}(f)| = \frac{2\cos\pi fT}{\sqrt{1{,}81-1{,}8\cos 2\pi fT}}$$

N.B. valida per $|f|<\frac{1}{2T}$
$\cos\pi fT$ in questo intervallo è >0

$$\angle\overline{H}(f) = -3\pi fT - \operatorname{atg}\frac{+0{,}9\sin 2\pi fT}{1-0{,}8\cos 2\pi fT}$$

N.B.
$1-0{,}9\cos 2\pi fT > 0$
per $|f|<\frac{1}{2T}$

2) $x[n] = 2+2\cos 2\pi\frac{n}{4} + \sin\pi n =$

$$= 2+2\cos 2\pi\frac{nT}{4T} + \sin\frac{2\pi nT}{2T}$$

$$y[n] = 2\overline{H}(0) + \overline{H}\left(\tfrac{1}{4T}\right)e^{j\frac{2\pi nT}{4T}} + \overline{H}\left(-\tfrac{1}{4T}\right)e^{-j\frac{2\pi nT}{4T}} +$$
$$+\frac{1}{2j}\overline{H}\left(\tfrac{1}{2T}\right)e^{j\frac{2\pi nT}{2T}} - \frac{1}{2j}\overline{H}\left(-\tfrac{1}{2T}\right)e^{-j\frac{2\pi nT}{2T}}$$

$$\overline{H}\left(\tfrac{1}{2T}\right) = \overline{H}\left(-\tfrac{1}{2T}\right) = 0$$

$$\overline{H}\left(\tfrac{1}{4T}\right) = \frac{e^{-j\pi/2}+e^{-j\pi}}{1+0{,}9j} = \frac{-1-j}{1+0{,}9j} = 1{,}05\,e^{-j3{,}1}$$

$$\overline{H}(0) = 20$$

$$y[n] = 40 + 1{,}05\,e^{j\left(\frac{2\pi nT}{4T}-3{,}1\right)} + 1{,}05\,e^{-j\left(\frac{2\pi nT}{4T}-3{,}1\right)} =$$

$$= 40 + 2{,}1\cos\left(\frac{\pi n}{2}-3{,}1\right)$$

3)

$$H(z) = \frac{z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0{,}9 z^{-1}}$$

$$Y(z)(1 - 0{,}9 z^{-1}) = X(z)(z^{-1} + z^{-2})$$

$$y[n] - 0{,}9\, y[n-1] = x[n-1] + x[n-2]$$

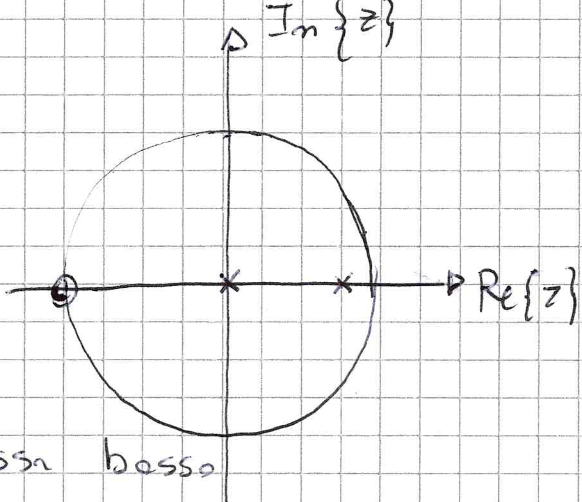
$$y[n] = x[n-1] + x[n-2] + 0{,}9\, y[n-1]$$

per calcolare $h[n]$ si pone $x[n] = \delta[n]$ e $y[-1] = 0$

n	$y[n]$
0	$0 + 0 + 0 = 0$
1	$1 + 0 + 0 = 1$
2	$0 + 1 + 0{,}9 = 1{,}9$
3	$0 + 0 + 0{,}9 \cdot 1{,}9 = 1{,}71$
4	$0{,}9 \cdot 1{,}71 = 1{,}539$
5	$0{,}9 \cdot 1{,}539 = 1{,}3851$

4)

$$H(z) = \frac{z+1}{z(z-0{,}9)}$$



il sist è di tipo passa basso

agisco sulla fase di 1 polo e 1 zero

$$H(z) = \frac{z-1}{z(z+0{,}9)}$$

ES. 3 Test. 2

TF sequenza reale $x[n]$

$\overline{X}(F)$ è periodica di periodo 1 o $\frac{1}{T}$ in Hz

$$\overline{X}(F) = \overline{X}^{*}(-F)$$

Se la sequenza è periodica, è possibile definire la TF di tale sequenza utilizzando la funzione generalizzata di Dirac δ in frequenza

Se è aperiodica, è possibile periodicizzarla opportunamente. Questa operazione fornisce un utile strumento per l'utilizzo del calcolatore

In particolare una sequenza finita $x[n]$ può essere periodicizzata $\tilde{x}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n - kN_0]$

È opportuno che N_0 sia maggiore della durata di $x[n]$

Variando N_0 può essere migliorata la visualizzazione della TF di $x[n]$ infatti

$$\overline{X}\left(\frac{k}{N_0 T}\right) = N_0 \tilde{X}_k$$

dove $\tilde{X}_k$ sono i coeff. della TDF di $\tilde{x}[n]$

$T_c = 0,2$ $\quad n = 4$

$$df = 0,05 = \frac{1}{N_0 T_c} \Rightarrow N_0 = \frac{1}{0,05 \cdot 0,2} = 100$$

$N_0 = 1 / (df * T_c)$

$X = fft(x, N_0)$