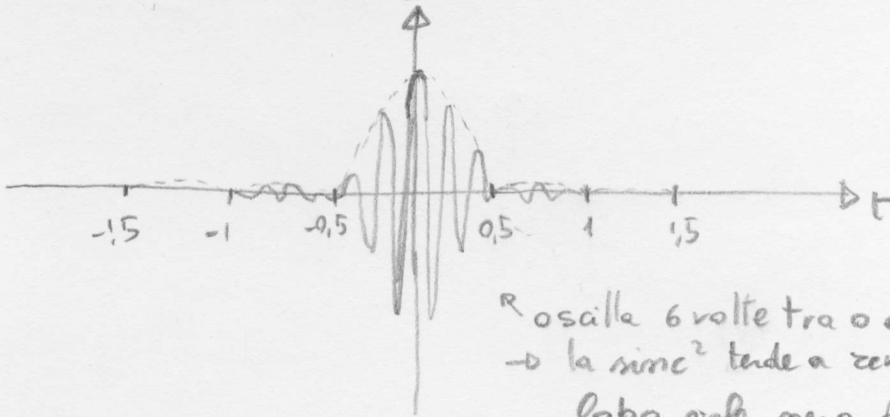
2/2/2016 Esercizio 1

(1)

$$s(t) = \mathrm{sinc}^2(2t)\cos(12\pi t)$$

-




osilla 6 volte tra 0 e 6

→ la $\mathrm{sinc}^2$ tende a zero rapidamente (il secondo lobo vale meno di 0,05)

trovo $S(f)$

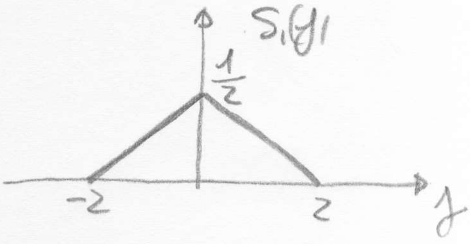
cerco per prima cosa $\mathcal{F}(\mathrm{sinc}^2(2t))$

$$\mathrm{sinc}^2(2t) = \mathrm{sinc}(2t)\cdot\mathrm{sinc}(2t)$$

$$\mathcal{F}(\mathrm{sinc}(2t)) = \frac{1}{2}\mathrm{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$$

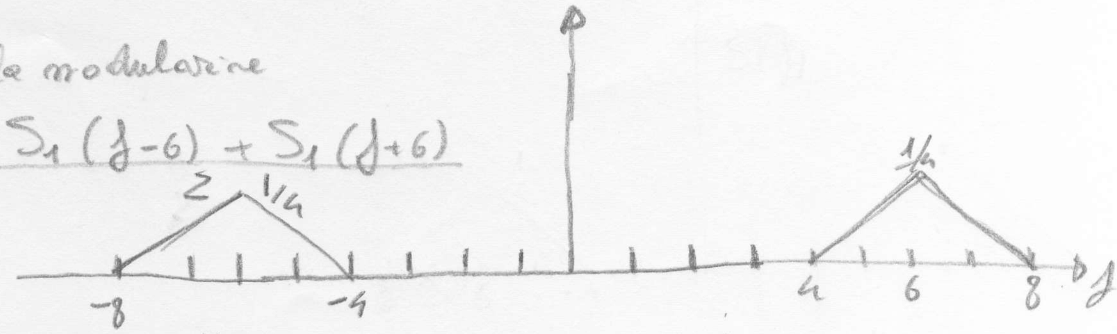
$$S_1(f) = \mathcal{F}(\mathrm{sinc}^2(2t)) = \frac{1}{2}\mathrm{rect}\left(\frac{f}{2}\right) \otimes \frac{1}{2}\mathrm{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$$

(è stato usato il teorema del prodotto)




Dal teorema della modulazione

$$S(f) = \underline{S_1(f-6) + S_1(f+6)}$$




N.B. la fase è nulla

- campionamento

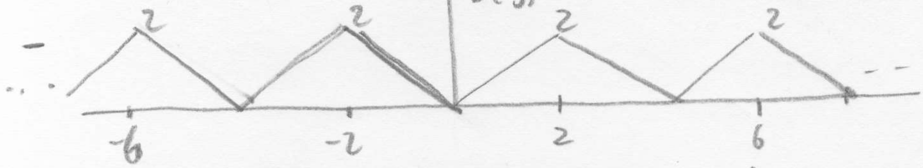
Se usassi il campionamento passa basso $F_c \geq 16\ Hz$

È possibile utilizzare il campionamento passa banda

$$B = 4\ Hz \qquad n = \left\lfloor \frac{8}{B} \right\rfloor = 2 \qquad F_c = \frac{2\cdot 8}{2} = 8\ Hz$$

- $s[n] = s(nT) = \mathrm{sinc}^2\left(\frac{2n}{8}\right)\cos\left(\frac{12\pi n}{8}\right) = \mathrm{sinc}^2\left(\frac{n}{4}\right)\cos\left(\frac{3}{2}\pi n\right)$

- 




$$\bar{S}(f) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} S\left(f - \frac{k}{T}\right)$$

abbiamo una ripetizione in frequenza

ES 2 2/2/2016



$y[n] = x[n] - 2x[n-2] + x[n-4]$

$- x[n] = 2 + \cos\left[\frac{\pi n}{12}\right]$

trovo $\overline{H}(f)$

$h[n] = \delta[n] - 2\delta[n-2] + \delta[n-4]$

$\overline{H}(F) = 1 - 2e^{-j4\pi F} + e^{-j8\pi F} = e^{-j4\pi F}(2\cos(4\pi F) - 2)$

$x[n] = 2 + \frac{1}{2} e^{j\frac{2\pi n}{24}} + \frac{1}{2} e^{-j\frac{2\pi n}{24}}$

$y[n] = 2\overline{H}(0) + \frac{1}{2}\overline{H}\left(\frac{1}{24}\right) e^{j\frac{2\pi n}{24}} + \frac{1}{2}\overline{H}\left(-\frac{1}{24}\right) e^{-j\frac{2\pi n}{24}} =$

$= \frac{1}{2} e^{-j\frac{\pi}{6}} \left(2\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - 2\right) e^{j\frac{\pi n}{12}} + \frac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{6}} \left(2\cos\frac{\pi}{6} - 2\right) e^{-j\frac{\pi n}{12}} =$

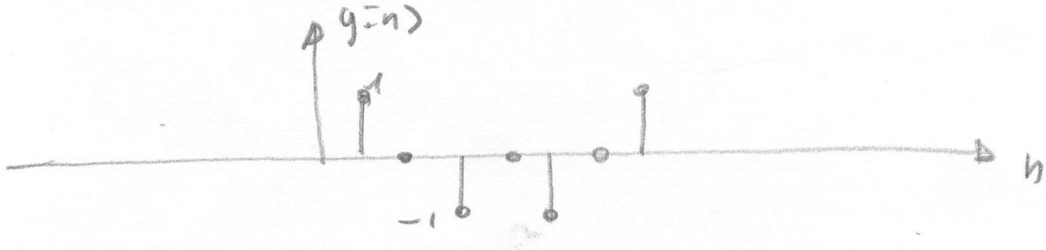
$= \frac{1}{2} 0,2679\, e^{j\pi} e^{-j\pi/6} e^{j\frac{\pi n}{12}} + \frac{1}{2} 0,2679\, e^{-j\pi} e^{j\frac{\pi}{6}} e^{j\frac{\pi n}{12}} =$

$= 0,2679 \cos\left(\frac{\pi n}{12} - \frac{5}{6}\pi\right)$

stessa soluzione poteva essere trovata antitrasformando $\overline{Y}(F) = \overline{X}(F)\overline{H}(f)$

$- x[n] = \delta[n-1] + \delta[n-3]$

$y[n] = \delta[n-1] - \delta[n-3] - \delta[n-5] + \delta[n-7]$




– Essendo il segnale in Figura periodico di periodo 4

$\tilde{x}[n] = \sum_{k=0}^{3} \tilde{X}_k e^{j\frac{2\pi nk}{4}}$

$\tilde{X}_k = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{3} \tilde{x}[n] e^{-j\frac{2\pi n}{4}} = \frac{1}{4}\left(e^{-j\frac{\pi k}{2}} + 2e^{-j\pi k} + 3e^{-j\frac{3}{2}\pi k}\right)$

$\tilde{X}_0 = \frac{3}{2}$ $\quad \tilde{X}_1 = -\frac{1}{2} + \frac{j}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j\frac{3}{4}\pi}$ $\quad \tilde{X}_3 = \tilde{X}_1^* = \tilde{X}_{-1} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-j\frac{3}{4}\pi}$

$\tilde{X}_2 = -1/2$

$$y[n] = \sum_{k=0}^{3} \hat{X}_k \, \overline{H}\left(\frac{k}{4}\right) e^{j\frac{\pi n k}{2}} =$$

$$= \hat{X}_0 \overline{H}(0) + \hat{X}_1 \overline{H}\left(\frac{1}{4}\right) e^{j\frac{\pi n}{2}} + \hat{X}_2 \overline{H}\left(\frac{1}{2}\right) e^{j\pi n} +$$

$$+ \hat{X}_3 \overline{H}\left(\frac{3}{4}\right) e^{j\frac{3}{2}\pi n}$$

visto che $\overline{H}\left(\frac{3}{4}\right) = \overline{H}\left(\frac{1}{4}\right)^*$ $\hat{X}_3 = \hat{X}_{-1}$ e $e^{j\frac{3}{2}\pi n} = e^{-j\frac{\pi n}{2}}$

posso anche scrivere

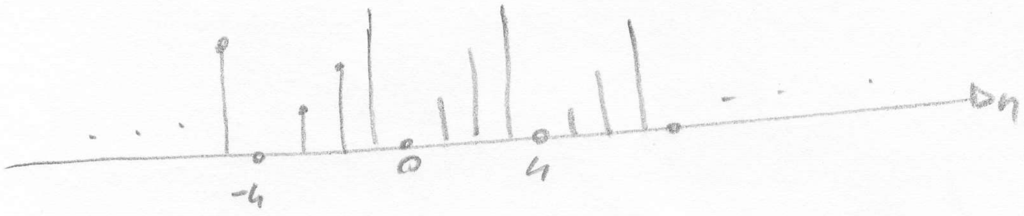
$$y[n] = \hat{X}_0 \overline{H}(0) + \hat{X}_1 \overline{H}\left(\frac{1}{4}\right) e^{j\frac{\pi n}{2}} + \hat{X}_{-1} \overline{H}\left(-\frac{1}{4}\right)^* e^{-j\frac{\pi n}{2}} +$$

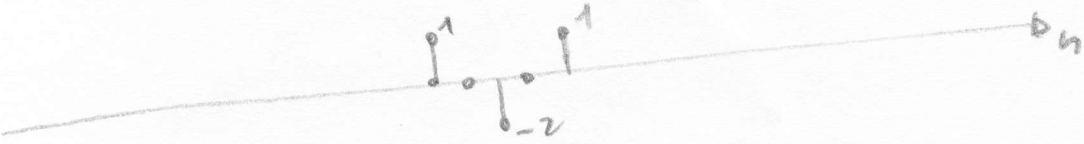
$$+ \hat{X}_2 \overline{H}\left(\frac{1}{2}\right) e^{j\pi n} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j\frac{3}{4}\pi} \cdot 4 \cdot e^{j\frac{\pi n}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-j\frac{3}{4}\pi} \cdot 4 e^{-j\frac{\pi n}{2}} = 4\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi n}{2} + \frac{3}{4}\pi\right)$$

2/2/16 Es. 2

tramite convoluzione



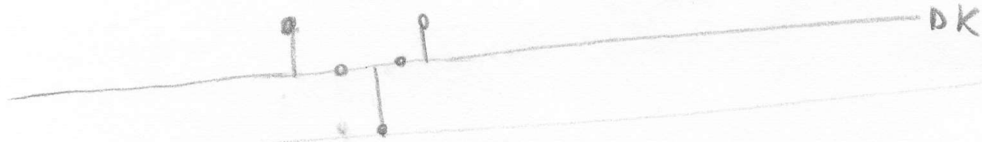




$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{x}[k]\, h[n-k]$$

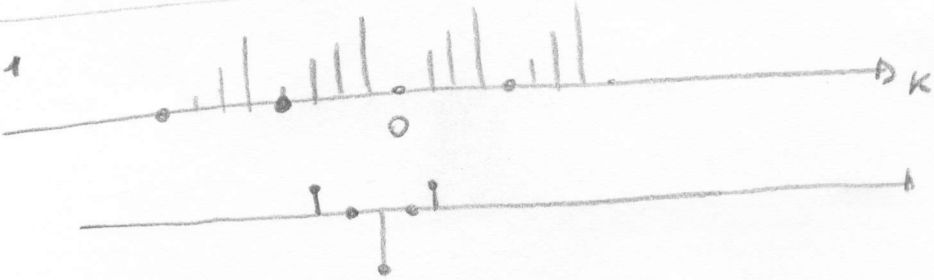
n=0


si esegue prodotto e poi si fa la somma

$y[0] = -4$

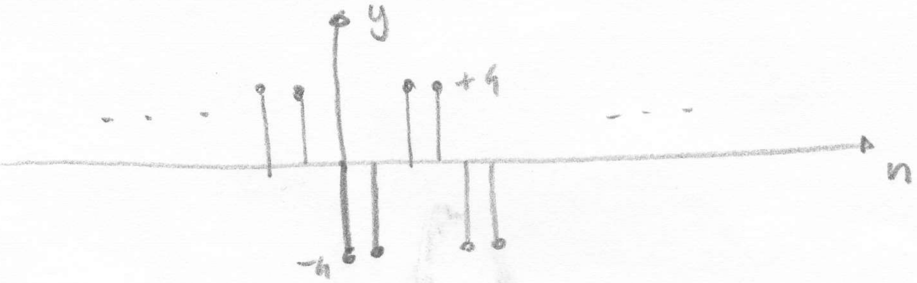



n=1




$y[1] = 1 - 6 + 1 = -4$

etc



2/2/2016 Es 3



- AFFINCHÉ AD UNA $H(z)$ razionale corrisponda un sistema causale e stabile

⇓

i poli di $H(z)$ devono avere $|\cdot| < 1$ (stabilità)

e la ROC deve essere esterna alla circ. con raggio pari al modulo maggiore dei poli

comando di Matlab

filter(B, A, x) · B e A coeff. dei polinomi in $z^{-1}$ di $H(z)$ num. e denom. rispetti.

se x è un prototipo di impulso Es. x = [1 0 0 .. 0]
l'uscita è una stima, forse troncata, di $h[n]$

tramite $h[n]$ è possibile calcolare l'uscita con la convoluzione (potrebbe essere approx. per troncamento possibile di $h[n]$)