

### Esercizio Probabilità Condizionata e Teorema di Bayes

(esercizio tratto da Fondamenti di Analisi dei Segnali Biomedici con esercitazioni in Matlab, Luigi Landini, Edizioni Pisa University Press, 2014)

Si indichi con  $m$  l'ipotesi "il paziente ha l'ulcera gastrica" e consideriamo un test diagnostico con le seguenti caratteristiche

- il test fornisce un risultato positivo nel 90% dei casi se il paziente ha l'ulcera gastrica
- il test risulta positivo nel 1% dei casi se il paziente non ha l'ulcera gastrica

La prima condizione può essere scritta

$$p(t_p|m) = 0.9$$

ovvero la probabilità che il test risulti positivo se il soggetto è malato è del 90%.

La seconda condizione può essere scritta

$$p(t_p|s) = 0.01$$

ovvero la probabilità che il test risulti positivo se il soggetto è sano è del 1%.

Sapendo che il medico ritiene che esista una probabilità del 60% che il soggetto sia malato, si calcoli

- la probabilità che il test risulti positivo
- la probabilità che il soggetto sia malato se il test è positivo

Il primo punto può essere risolto ricorrendo al teorema della probabilità totali, considerando che gli eventi soggetto sano ( $s$ ) o malato ( $m$ ) sono mutuamente esclusivi.

$$p(t_p) = p(t_p|m)p(m) + p(t_p|s)p(s) = 0.9 * 0.6 + 0.01 * (1 - 0.6) = 0.544$$

Il secondo punto si può risolvere facendo ricorso al Teorema di Bayes

$$p(m|t_p) = \frac{p(t_p|m)p(m)}{p(t_p)} = \frac{0.9 * 0.6}{0.544} = 0.9926$$

Lo studente calcoli:

- la probabilità che il test applicato al soggetto in esame sia negativo
- la probabilità che il soggetto sia malato se il test sia negativo